

1.25 Avgör om följande gränsvärden existerar och beräkna dem i förekommande fall

b)

$$\lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{0}} \frac{e^{|\vec{x}|^2} - 1}{|\vec{x}|^2 + x_1^2 x_2 + x_2^2 x_3 + x_3^2 x_1}$$

c)

$$\lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{0}} \frac{\ln(1 + |\vec{x}|^2)}{|\vec{x}|^2 + \sin(x_1 x_2 x_3)}$$

2.11 Bestäm tangentplanet i punkten $p = (1, 1, 5)$ till paraboloiden

$$z = x^2 + 4y^2$$

2.23 Bestäm alla lösningar till differentialekvationen

$$y \frac{\partial f}{\partial x} - x \frac{\partial f}{\partial y} = x^3 y + xy^3, \quad x > 0, y > 0$$

genom att göra variabelbytet

$$\begin{cases} u = x^2 + y^2 \\ v = x^2 - y^2 \end{cases}$$

Bestäm också den lösning som uppfyller villkoret $f(x, x) = x^2$.

- 2.32 Bestäm riktningsderivatan till $f(x, y, z) = \frac{(x^2+y^2)z}{2-z^2}$ i punkten $(-1, 2, 1)$ i riktningen mot punkten $(0, 4, -1)$.

2.58 a) Transformera differentialekvationen

$$x \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial f^2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial f}{\partial x} = x e^{-2y}$$

genom att införa de nya variablerna

$$\begin{cases} u = x e^{-y} \\ v = y \end{cases}$$

b) Bestäm alla lösningar till differentialekvationen.

2.67 Bestäm alla lokala extrempunkter till

$$f(x, y) = x^3y^2 + 27xy + 27y$$