

2.52 Finn alla lösningar $u(x, y)$ till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2$$

som bara beror av $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, d.v.s. är av formen $u(x, y) = f(r)$.

2.70 Funktionen $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definieras genom

$$f(x, y, z) = (x + xy + yz)e^x.$$

Ange alla stationära punkter till f . Har f någon lokal extrempunkt?

3.3 En partikel rör sig längs banan

$$x(t) = (\cos t, 2 \sin t, t), \quad t > 0.$$

Bestäm partikelns

- (a) hastighet,
- (b) fart,
- (c) acceleration

i punkten $(-1, 0, \pi)$.

3.14 Avgör om matrisen

$$\begin{pmatrix} x-y & -x \\ y & y+x \end{pmatrix}$$

är en funktionalmatris $\frac{\partial(f,g)}{\partial(x,y)}$. Bestäm i så fall f och g .

- 3.31 (a) Visa (med hjälp av implicita funktionssatsen) att villkoren

$$y^3 - 3y = x, \quad y(0) = 0$$

entydigt definierar $y = y(x)$ nära origo.

- (b) Bestäm koefficienterna a_0, a_1, a_2 i Maclaurinutvecklingen

$$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + x^3B(x),$$

genom implicit derivering.

4.13 Bestäm största och minsta värde för

$$f(x, y) = \frac{x^2 + 2y - 4}{x^2 y}$$

i det slutna, begränsade område som begränsas av kurvorna $y = x^2$, $y = 1$ och $x = 3$.