Vorkurs Mathematik 2007

Vorlesung 8

Tilman Bauer

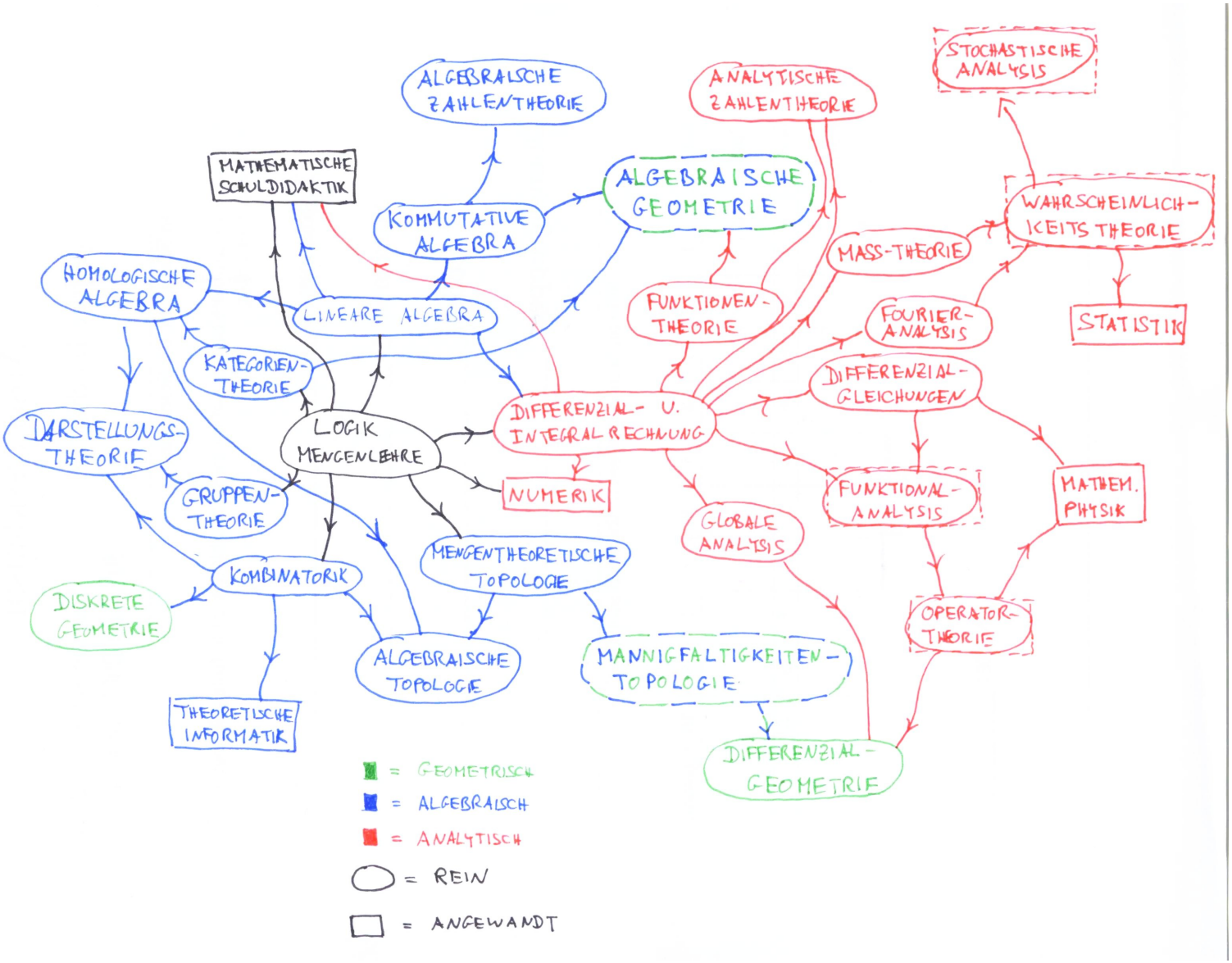
Universität Münster

27. September 2007

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Die Teilgebiete der Mathematik

Überblick



Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick

Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik

Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie

Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie

Geometrische Gebiete

The End.

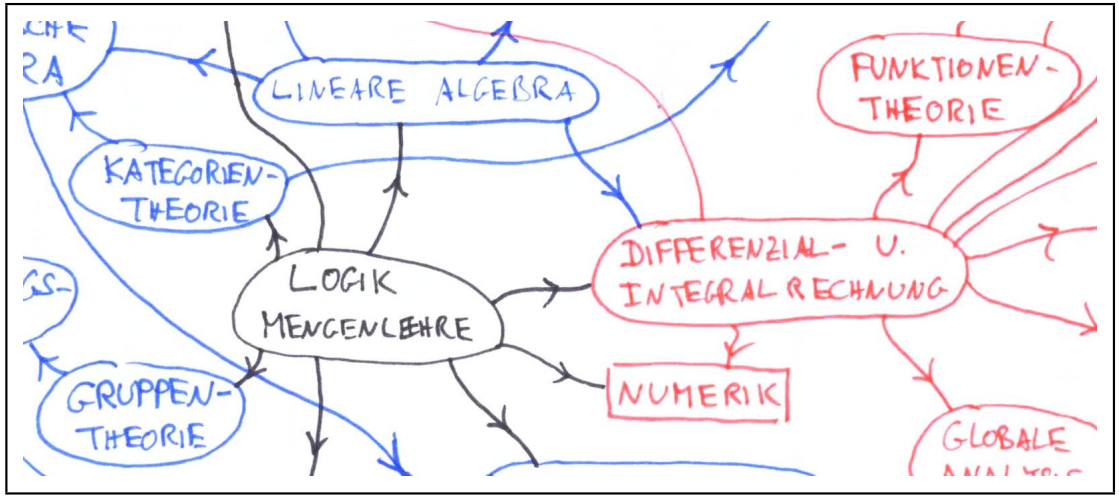
Die Teilgebiete der Mathematik

Disclaimer

- Pfeile deuten an, dass wesentliche Methoden aus einem Gebiet in dem Zielgebiet verwendet werden.
- Allerdings braucht man oft auch Wissen aus Gebieten, die nicht mit einem Pfeil verbunden sind – aber nicht so umfangreiches.
- Alle Gebiete in diesem Diagramm sind Bereiche, in denen auch aktuelle Forschung betrieben wird.
- Das Bild ist subjektiv: andere Mathematiker werden u. U. mit meiner Einteilung und Klassifizierung nicht einverstanden sein!
- Insbesondere besteht keine Einigkeit, welche Gebiete angewandt und welche rein sind.
- Die Aufteilung in geometrische/algebraische/analytische Disziplinen ist natürlich fließend.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

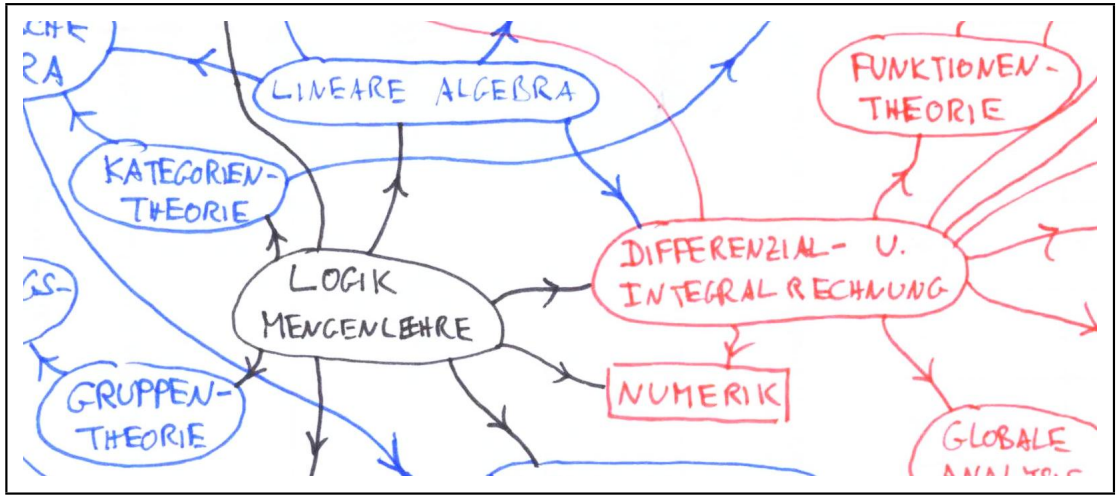
Der Stoff der ersten beiden Jahre



- Die wichtigsten Vorlesungen des ersten Jahres in Mathematik (auch als Nebenfach) behandeln lineare Algebra und Differenzial- und Integralrechnung (Analysis).
- Für Bachelor-Studenten sind dies die Vorlesungen LA 1+2 sowie Analysis 1+2.
- Für Physiker und andere Nebenfächler gibt es kombinierte LA/Analysis-Vorlesungen.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Der Stoff der ersten beiden Jahre



- Zur Logik und Mengenlehre haben Sie einige Grundlagen im Vorkurs gelernt. Diese werden, aufgeteilt auf LA und Analysis, im ersten Semester noch einmal knapp wiederholt.
- Weitergehende Vorlesungen zur Logik und Mengenlehre können Sie als Vertiefungsfach belegen.
- Als „Grundlagenerweiterung“ wählen Sie im zweiten Jahr Algebra (u.a. Gruppentheorie), Analysis 3, Numerik und/oder Stochastik.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Der Stoff der ersten beiden Jahre

Differenzial- und Integralrechnung

- Grundlagen aus der Schule: Ableitungen, Integrale, Kettenregel, Nullstellenbestimmung, Hoch- und Tiefpunkte, Wendepunkte usw.
- Dies wird in Analysis I auf theoretischerer Ebene wiederholt.
- Dann folgt die Verallgemeinerung auf Analysis in mehreren Variablen (meist in Analysis II).
- Das heißt z.B.: Gegeben ist eine Funktion $f(x, y)$. Was muss ich mir unter der Ableitung vorstellen?
- Wie sehen die Differenziationsregeln nun aus?
- Wie bestimme ich die Extrema?
- Wann kann ich zu so etwas eine Umkehrfunktion bilden, und was ist ihre Ableitung?
- Oft werden auch noch einfache Differenzialgleichungen behandelt.
- Beispiel: Finden Sie eine Funktion f, so dass $f''(x) + 2f'(x) = f(x)$.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Der Stoff der ersten beiden Jahre

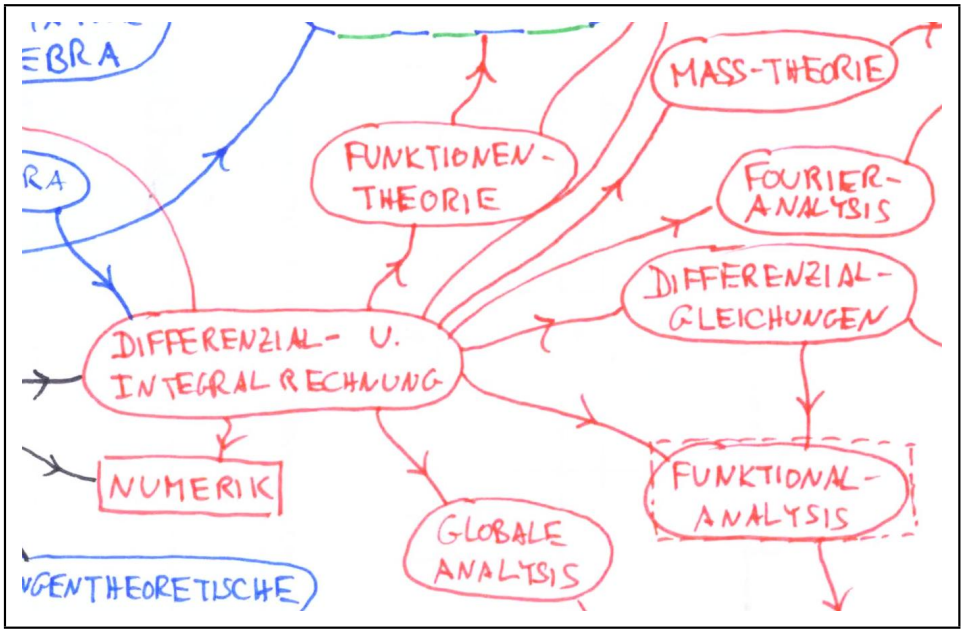
Lineare Algebra

- Das grundlegende Problem der L.A. ist, Lösungen von *linearen Gleichungssystemen zu finden*.
- Z.B. $\begin{pmatrix} 3x + 5y + z & = & 2 \\ x + 2y & = & -5 \\ x - y - z & = & 1 \end{pmatrix}$.
- Vermutlich haben Sie das auch in der Schule gelernt.
- Dies führt zum Begriff des Vektors und der Matrix.
- In LA I wird dies abstrakt behandelt; auch Determinanten.
- In LA II geht es um die Frage, wie man Matrizen vereinfachen kann, indem man Basiswechsel durchführt.
- Eigenwerte und Eigenvektoren, Matrix-Normalformen.
- LA I brauchen Sie für Analysis II!

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Der Stoff der ersten beiden Jahre

„Analysis III“



- Hinter „Ana III“ können sich vielerlei Dinge verbergen – studieren Sie die Vorlesungsbeschreibung oder fragen Sie den Dozenten!
- Z.B. Maßtheorie und Integrationstheorie.
- Oder Vektoranalysis (globale Analysis)
- Oder Differenzialgleichungen
- Wichtig für jeden Schwerpunkt in der analytischen Richtung – auch für Physik, weniger für Informatik.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Der Stoff der ersten beiden Jahre

Maßtheorie

In der Maßtheorie beschäftigt man sich mit dem Problem, die „Größe“ von Teilmengen einer Menge zu bestimmen.

- Geometrische Beispiele: Flächeninhalte, Volumen von Teilmengen der Ebene bzw. des Raums.
- Wahrscheinlichkeitstheorie: die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Zufallsereignis eintritt.
- Integration ist „das Messen der Fläche unter einem Graphen“: die Maßtheorie führt zu einem erweiterten Integralbegriff („Lebesgue-Integral“), der auch im Höherdimensionalen funktioniert.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Der Stoff der ersten beiden Jahre

Vektor- und globale Analysis

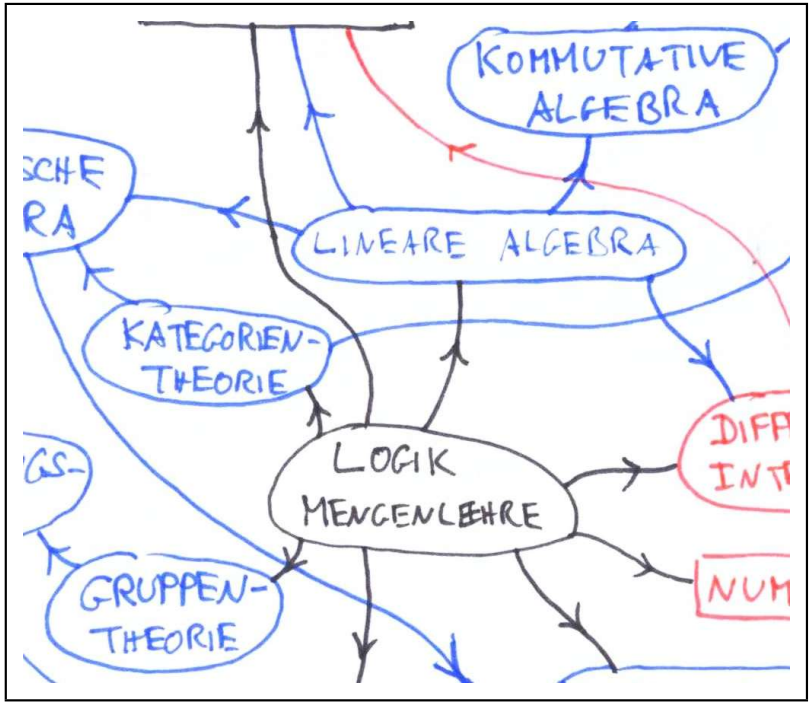
In der globalen Analysis beschäftigt man sich mit der Erweiterung der Begriffe aus der Analysis (Differenziale, Integrale, Differenzialgleichungen etc.) auf Räume, die nicht einfach eine Teilmenge der Ebene oder des Raums sind.

- Solche Räume, die „lokal“ aussehen wie eine (u.U. gekrümmte) Ebene oder der 3D-Raum oder ein höherdimensionalerer euklidischer Raum, nennt man Mannigfaltigkeiten.
- Z.B. eine Sphäre, ein Donut, oder der Raum, in dem wir leben, wie ihn die allgemeine Relativitätstheorie sieht.
- Mannigfaltigkeiten sind die wichtigsten geometrischen Objekte in der Mathematik.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Der Stoff der ersten beiden Jahre

Die Vorlesung „Algebra“



In der Vorlesung „Algebra“ beschäftigt man sich zunächst mit dem Begriff der Gruppe. Das ist, grob gesprochen, ein mathematisches Modell der Symmetrien eines Objektes, z.B. eines Vielecks oder eines Würfels.

Man wendet diese Theorie auf das Problem des Lösens von Polynomgleichungen an: Gibt es rationale Zahlen x, die $x^5 + 3x^2 + 4 = 0$ erfüllen? Wie viele? Gibt es mehr komplexe Zahlen, die die Gleichung erfüllen?

Diese Theorie heißt Galoistheorie.

Dazu werden einige Grundlagen der kommutativen Algebra eingeführt.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Der Stoff der ersten beiden Jahre

Numerik und Stochastik

Diese beiden Fächer gelten als angewandt.

- In der Numerik beschäftigt man sich nicht mit der Frage, wie man eine Gleichung exakt lösen kann, sondern, wie man eine gute Näherung finden kann.
- Wie groß kann der Fehler im schlechtesten Fall sein?
- Wie viel Aufwand muss ich treiben, um zu einer guten Näherung zu gelangen?
- Welche Verfahren halten Fehler klein, und wo schaukeln sie sich auf?
- Stochastik ist eine Mischung aus Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik.
- W-Theorie ist das Studium von Zufallsereignissen und -prozessen.
- Statistik ist die systematische Auswertung von Daten, die Zufallsquellen entspringen können, aber auch Umfragen, Versuchen etc.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

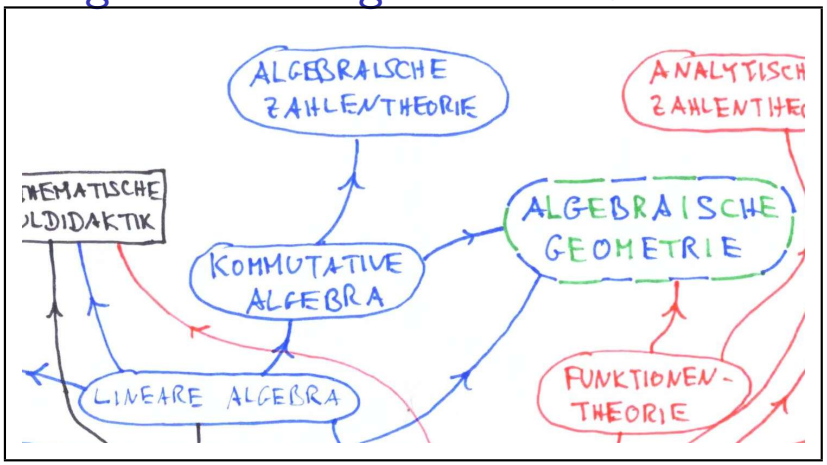
Mathematische Gebiete

- Im dritten Jahr und ggf. im anschließenden Master-Studiengang bzw. Promotion entscheiden Sie sich, in welche Richtung Sie Ihr Wissen vertiefen möchten und Ihre Arbeiten schreiben wollen.
- Hierbei sollten Sie unbedingt nach Ihren Vorlieben gehen! Man ist nur gut in dem, was man gern macht.
- Sie sollten dennoch darauf achten, eine gewisse Breite des Spektrums Ihres Wissens zu erreichen.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Algebraische Gebiete

Kommutative Algebra und Algebraische Geometrie



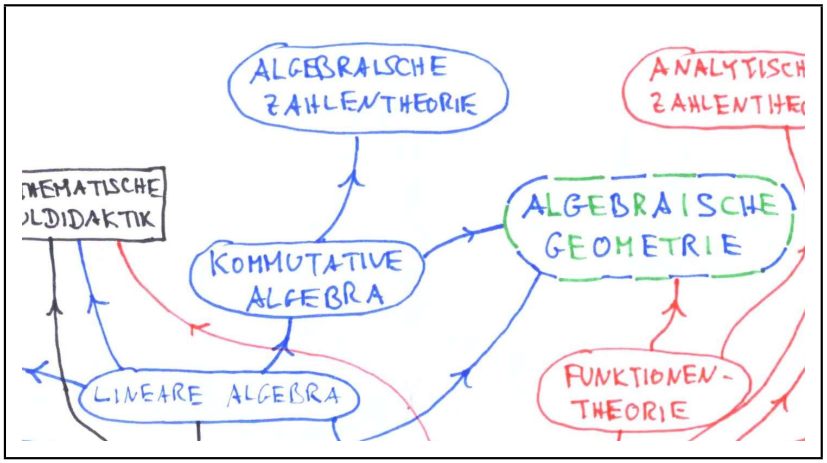
In der algebraischen Geometrie beschäftigt man sich mit der Geometrie der Lösungsmengen von Polynomgleichungen.

- Diese heißen Varietäten oder Schemata und sind verwandt mit Mannigfaltigkeiten.
- Man abstrahiert von der geometrischen Anschauung und betrachtet auch Polynomgleichung z.B. mit komplexen Zahlen oder mit Modulo-Zahlen.
- Interessanterweise leitet einen die geometrische Anschauung auch in diesen Fällen zu erstaunlichen und korrekten Resultaten.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Algebraische Gebiete

Kommutative Algebra und Algebraische Geometrie

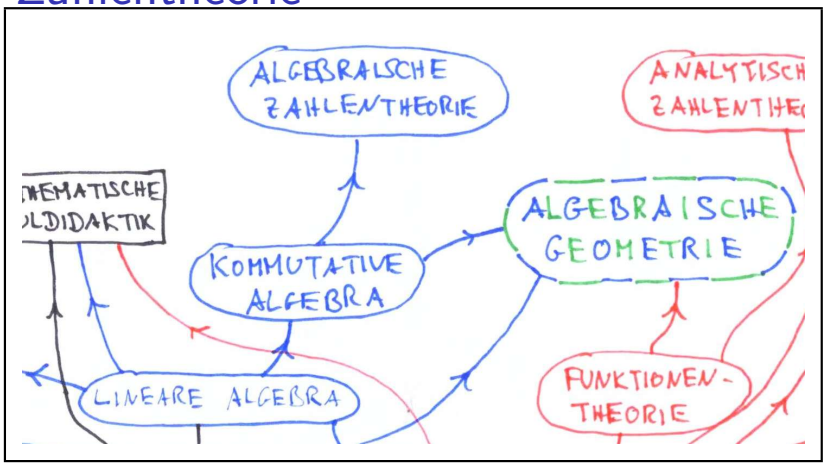


- Auch wenn die Anschauung oft geometrisch ist, sind die Methoden algebraisch und entstammen der kommutativen Algebra.
- Kommutative Algebra ist das Studium von verallgemeinerten Zahlbereichen, in denen man addieren, subtrahieren und multiplizieren, aber nicht dividieren kann.
- In der Alg. Geom. sind das die Funktionen auf der Varietät.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Algebraische Gebiete

Algebraische Zahlentheorie

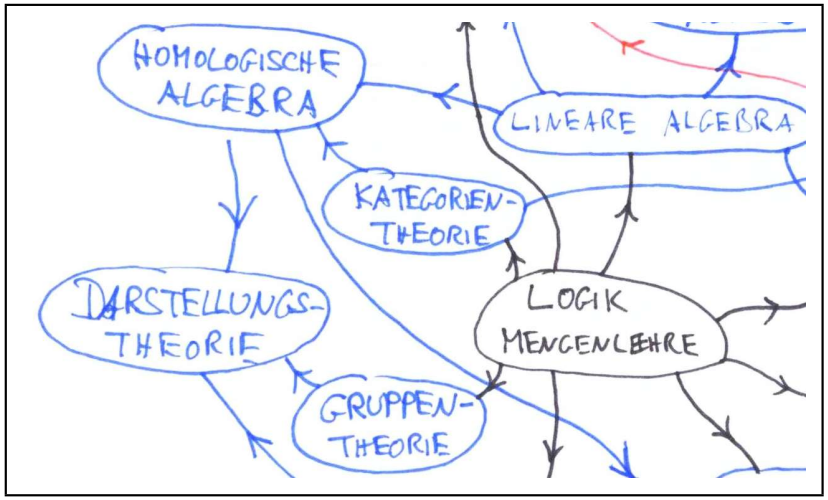


- In der algebraischen Zahlentheorie beschäftigt man sich mit der Frage, wann eine algebraische Gleichung Lösungen in den ganzen Zahlen hat.
- Dabei treten an die Stelle von $\mathbb{Z}$ auch verallgemeinerte Zahlenbereiche. Die Galoistheorie spielt eine wichtige Rolle.
- Ein prominentes Beispiel ist der große Satz von Fermat: $x^n + y^n = z^n$ hat keine ganzzahligen positiven Lösungen, falls $n > 2$.
- Oder die Goldbach-Vermutung: jede gerade ganze Zahl > 2 ist Summe zweier Primzahlen.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Algebraische Gebiete

Kategorientheorie



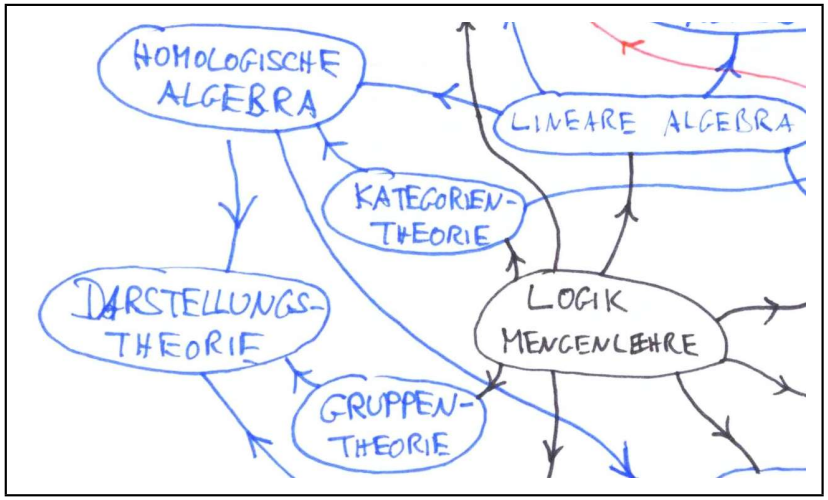
Das recht junge Gebiet der Kategorientheorie beschäftigt sich mit der Axiomatisierung der Begriffe „Objekt“ und „Abbildung zwischen Objekten“

- Die Kategorientheorie stellt mächtige Mittel und eine sehr praktische Sprache zur Verfügung, um algebraische Probleme auszudrücken und zu lösen
- Sie bewegt sich dabei auf extrem abstraktem Niveau und wird deshalb oft als abstract nonsense verschrien.
- Mittlerweile ist die Kategorientheorie von einer Hilfswissenschaft zu einer veritablen eigenständigen Disziplin erwachsen.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Algebraische Gebiete

Homologische Algebra



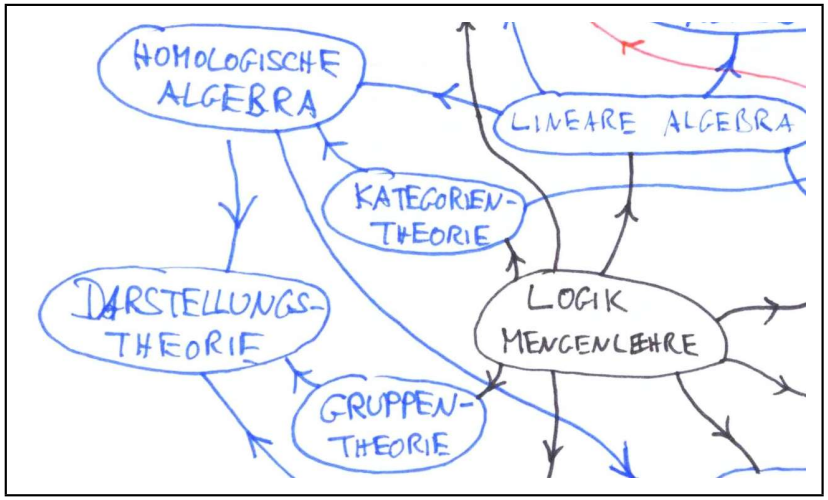
Homologische Algebra ist die Technik, ein kompliziertes Objekt durch eine Folge von einfacheren Objekten „aufzulösen“.

- An den „Auflösungen“ kann man bestimmte Eigenschaften des Objekts ablesen („Homologie“), die wichtige Informationen enthalten.
- So gibt einem die Homologie oft Auskünfte darüber, wie man ein Objekt in ein größeres Objekt „einbetten“ kann.
- Die homologische Algebra ist auch von einer Hilfswissenschaft zu einer eigenständigen Disziplin geworden.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Algebraische Gebiete

Darstellungstheorie



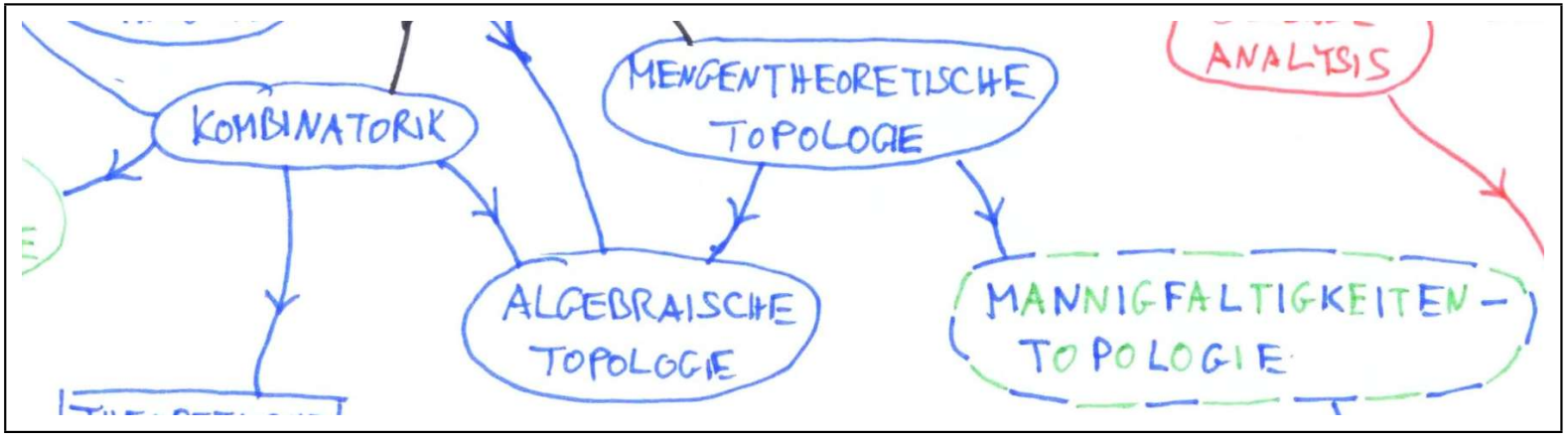
In der Darstellungstheorie fragt man, als welche Art von Symmetrie eine abstrakt gegebene Gruppe auftreten kann.

- Dabei spielen vor allem kombinatorische Betrachtungen eine wichtige Rolle.
- Dadurch werden komplizierte Probleme der Gruppentheorie auf Probleme der L.A. zurückgeführt und damit lösbar.
- Man unterscheidet zwischen Darstellungstheorie von endlichen Gruppen, unendlichen Gruppen und kontinuierlichen Gruppen.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Algebraische Gebiete

Topologie



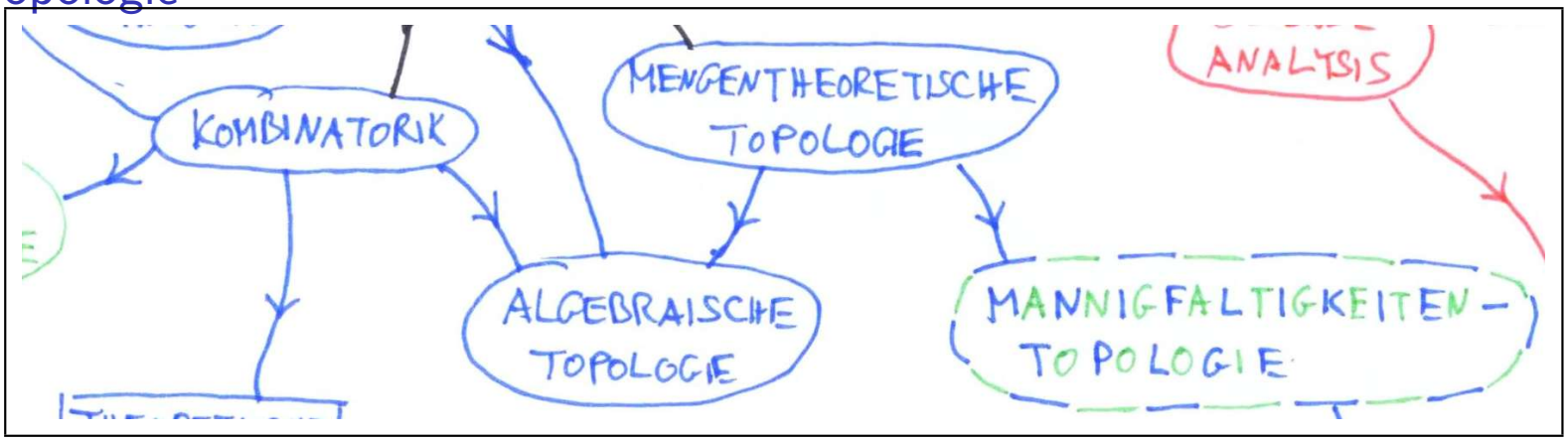
In der Topologie studiert man geometrische Gebilde („Räume“), aber sieht von quantitativen Information wie Länge, Winkel etc. ab und betrachtet nur qualitative Aspekte:

- Hat mein Raum ein Loch? Wie viele Löcher?
- Kann ich einen Knoten aus einem Seil aufziehen oder nicht?
- Man kann sich topologische Räume vorstellen, als wären sie aus Gummi: man kann sie ziehen und dehnen, aber nicht zerreißen.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Algebraische Gebiete

Topologie

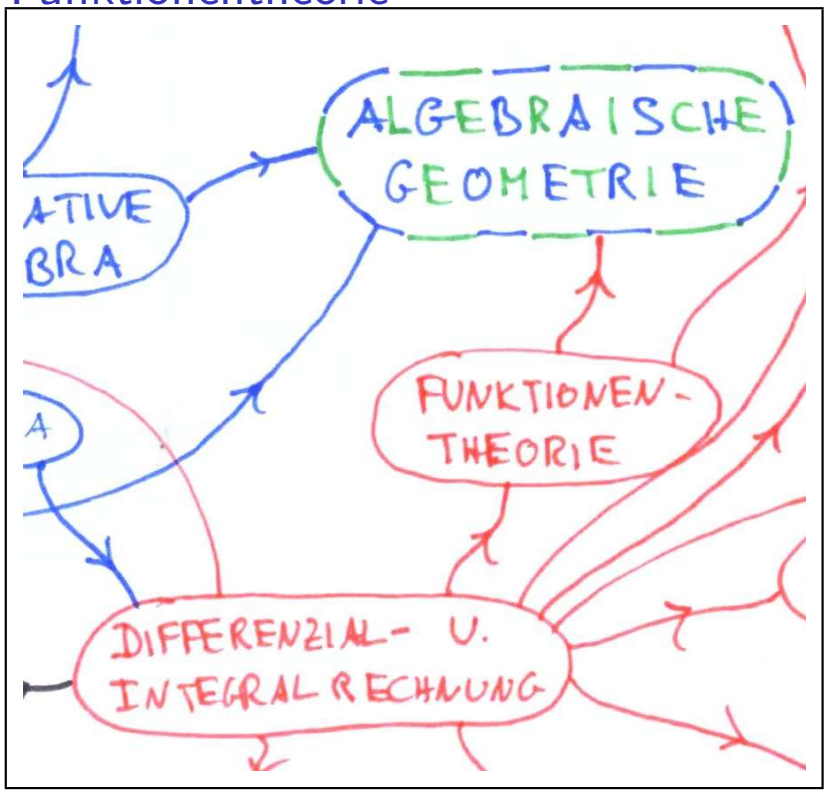


- Mengentheoretische Topologie liefert die Grundlagen, algebraische Topologie verwendet algebraische Invarianten von allgemeinen Räumen, und Mannigfaltigkeitentopologie spezialisiert sich auf den speziellen Fall, wo der Raum eine Mfkt. ist.
- Ein Satz der algebraischen Topologie: Auf der Erde gibt es stets zwei antipodale Punkte, wo Temperatur und Luftdruck genau übereinstimmen.
- Das gleiche würde auch auf einem Ei oder einer Bohne gelten, aber nicht auf einem Donut.
- Topology rocks!

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Analytische Gebiete

Funktionentheorie



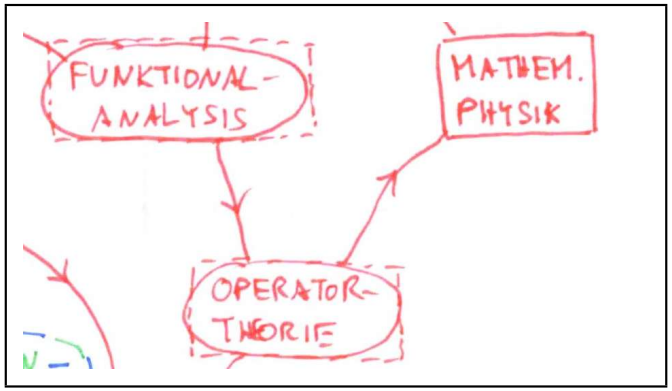
Funktionentheorie ist Differenzial- und Integralrechnung über den komplexen Zahlen.

- Über $\mathbb{C}$ verhalten sich Funktionen viel besser als über $\mathbb{R}$
- Zum Beispiel lässt sich jede differenzierbare Funktion beliebig oft differenzieren.
- Dadurch vereinfachen sich viele reelle Fragestellung, indem man zu der (anscheinend) komplizierteren Situation über $\mathbb{C}$ übergeht.

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Analytische Gebiete

Funktionalanalysis und Operatortheorie



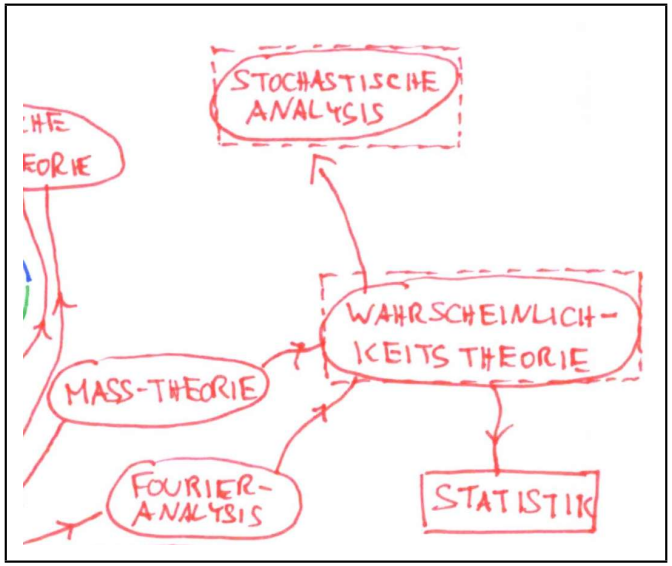
Funktionalanalysis und (als Spezialisierung/Weiterführung) Operatortheorie sind lineare Algebra im Unendlichdimensionalen.

- Anders als vorhin sind im Unendlichdimensionalen viele Aussagen falsch, die in L.A. bewiesen werden.
- Durch die Unendlichdimensionalität spielen viele kontinuierliche Phänomene herein, die diese Disziplin analytisch statt algebraisch machen.
- Wichtige Anwendungen in der Physik (Zustandsräume, Feldtheorien).

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Analytische Gebiete

Wahrscheinlichkeitstheorie und stochastische Analysis



In der Wahrscheinlichkeitstheorie geht es um das Studium von Zufallsprozessen, z.B. Münzwurf, aber auch die Bewegung eines erhitzten Atoms (Brownsche Bewegung)

- Wie sind Zufallsergebnisse verteilt, wenn man sie immer wieder ausführt?
- Wann darf ich erwarten, dass sich mein erhitztes Atom aus einem Radius von z.B. einem Meter entfernt hat?
- Stochastische Analysis ist die Theorie, wie man solche Prozesse (z.B. Brownsche Bewegung) integrieren und differenzieren kann.
- Davon habe ich nicht viel Ahnung!

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Geometrische Gebiete

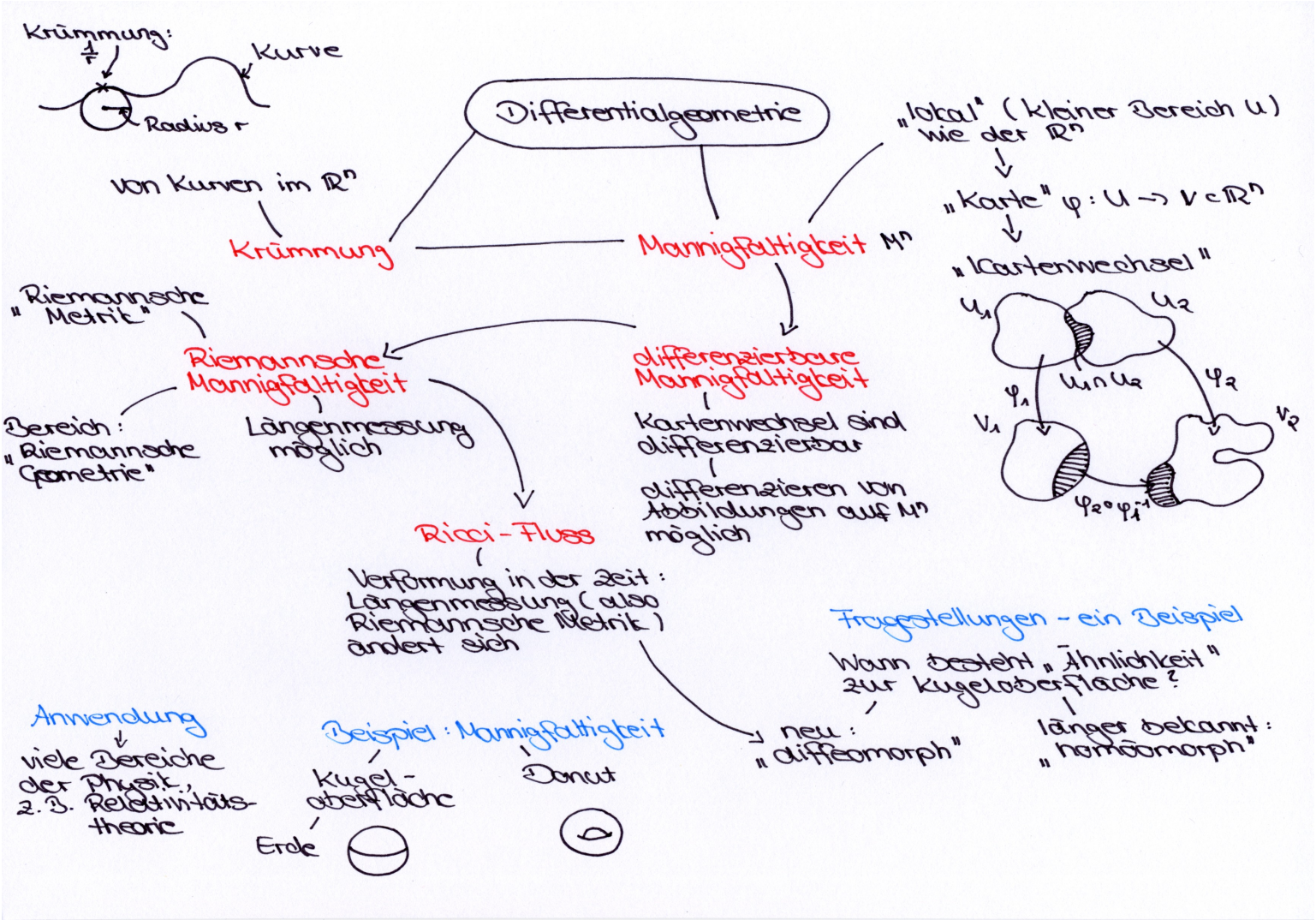
Diskrete Geometrie und Differenzialgeometrie

- Mannigfaltigkeiten-Topologie und algebraische Geometrie sind Grenzgebiete zur Algebra und wurden schon besprochen.
- Diskrete Geometrie beschäftigt sich mit Abstraktionen der Begriffe Punkt / Gerade / Ebene usw. und studiert sie mit kombinatorischen Methoden
- Differenzialgeometrie ist das Studium von Mannigfaltigkeiten mit analytischen Methoden.
- Mehr dazu jetzt von der Expertin!

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.

Geometrische Gebiete

Differenzialgeometrie



Vielen Dank für Ihr Interesse
und
einen guten Start ins Studium!

Die Teilgebiete der Mathematik
Überblick
Jahr 1 und 2
Differenzial- und Integralrechnung
Lineare Algebra
Analysis III
Maßtheorie
Vektoranalysis
Algebra
Numerik und Stochastik
Alg. Gebiete
Kommutative Algebra und Alg. Geom.
Alg. Zahlentheorie
Kategorientheorie
Homologische Algebra
Darstellungstheorie
Topologie
Ana. Gebiete
Funktionentheorie
Funktionalanalysis und Operatortheorie
W-Theorie
Geometrische Gebiete
The End.