

**Übung 1.** Die konvexe Hülle  $C(X)$  einer Menge  $X \in \mathbf{R}^n$  ist definiert als der Schnitt aller konvexen Mengen, die  $X$  enthalten. Zeigen Sie:

$$C(\{p_0, \dots, p_m\}) = \left\{ \sum_{j=0}^m t_j p_j \mid t_j \geq 0, t_0 + \dots + t_m = 1 \right\}.$$

**Übung 2.** Vergleichen Sie die Flächeninhalte der folgenden Vielecke einerseits rechnerisch, andererseits zeichnerisch:

- ein Rechteck mit den Eckenkoordinaten  $(0, 0), (2, 0), (0, 3), (2, 3)$ ;
- ein Fünfeck mit den Eckenkoordinaten  $(0, 0), (2, 1), (2, 2), (1, 4)$  und  $(-1, 1)$ .

Gehen Sie bei der rechnerischen Bestimmung möglichst elementar vor.

**Übung 3.** Zeigen Sie, dass für bijektive Abbildungen  $\mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  folgende Aussagen äquivalent sind:

- (a)  $f$  ist eine Affinität;
- (b) für alle  $A, B \in \mathbf{R}^2$  gilt:  $f(\overline{AB}) = \overline{f(A)f(B)}$ ;
- (c)  $f$  und  $f^{-1}$  bilden konvexe Mengen auf konvexe Mengen ab.

*Tipp:* Überlegen Sie, dass mit  $f$  auch  $f^{-1}$  die Bedingung (b) erfüllt.

Sollte man Bedingung (b) als „Streckentreue“ bezeichnen? Gäbe es alternative denkbare Definitionen von Streckentreue?

**Übung 4.** Die Computerfirma Pear Inc. bringt zwei neue Modelle auf den Markt: das Ein-Prozessor-Einsteigergerät „iPear“ und den Zwei-Prozessor-Computer „ForcePear“. Die Nachfrage ist sofort viel höher als die Produktionskapazitäten, und auch die Zulieferer bleiben hinter den Bestellungen zurück. In den Fabriken von Pear können maximal 1000 Geräte pro Tag produziert werden. Der Prozessorzulieferer kann höchstens 1500 Prozessoren pro Tag liefern. Der iPear hat 256MB Hauptspeicher, der ForcePear dagegen 1GB=1024MB. Der Zulieferer für Speicher kann höchstens 700GB pro Tag liefern. An jedem verkauften iPear macht die Firma 100 Euro Gewinn, an jedem verkauften ForcePear dagegen 300. Mit welchen Produktionszahlen wird der Gewinn maximal?