Übungen zur Geometrie und ihrer Didaktik

— Blatt 7 —

Helmut Hamm, Tilman Bauer 30. November 2005

Übung 1. Seien $(x_{i0} : \cdots : x_{in})$, $1 \leq i \leq m$, Punkte in $\mathbb{P}_n(k)$. Diese Punkte heißen projektiv unabhängig, falls die Vektoren $(x_{i0}, \ldots, x_{in})$, $1 \leq i \leq m$, linear unabhängig in k^{n+1} sind.

Zeigen Sie: die Vektoren $(x_{i1}, \ldots, x_{in})$, $1 \leq i \leq m$, sind genau dann affin unabhängig in k^n, wenn die Punkte $(1 : x_{i1} : \cdots : x_{in})$, $1 \leq i \leq m$, in $\mathbb{P}_n(k)$ projektiv unabhängig sind.

Übung 2. Gibt es eine Projektivität des $\mathbb{P}_2(\mathbf{R})$, die folgende Punkte auf folgende Bildpunkte schickt:

$$\begin{aligned} (2:1:-2) &\mapsto (5:2:0) \\ (0:1:1) &\mapsto (3:2:3) \\ (2:-1:0) &\mapsto (0:0:1) \\ (0:3:-5) &\mapsto (17:6:1)? \end{aligned}$$

Wenn ja, geben Sie sie an. Ist sie eindeutig?

Übung 3. Bestimmen Sie den Schnitt der folgenden beiden projektiven Teilräume des $\mathbb{P}_3(\mathbf{R})$, indem Sie ein projektiv unabhängiges Erzeugendensystem angeben:

$$\begin{aligned} E_1 &= \langle (0:1:1:1), (1:0:1:1), (1:1:0:1) \rangle \\ E_2 &= \langle (1:2:3:4), (2:3:4:1), (3:4:1:2) \rangle \end{aligned}$$

Übung 4. Eine Ebene E im $\mathbf{R}^3$ sei definiert durch $x + y + 2z = 2$. Wir betrachten die Zentralprojektion ϕ auf die Ebene E mit Zentrum $Z = (0, 1, 0)$. Was ist der Definitionsbereich? Berechnen Sie $\phi(x, y, z)$ für alle (x, y, z) aus dem Definitionsbereich.

Abgabe bis zum 9. Dezember, 9:00 in den Briefkästen