Übungen zur Geometrie und ihrer Didaktik

— Blatt 6 —

Helmut Hamm, Tilman Bauer 23. November 2005

Übung 1. Wieso erscheint ein Schwimmbecken um so flacher, je mehr man sich von ihm entfernt?

Tipp: Wie nehmen wir die Tiefe des Schwimmbeckens wahr? Der markanteste Orientierungspunkt ist eine untere Kante des Schwimmbeckens. Diese erscheint dem Auge höher liegend durch die Brechung von Licht beim Übergang vom Medium Wasser in das optisch weniger dichte Medium Luft. Wenden Sie das Brechungsgesetz an, und untersuchen Sie die Abhängigkeit der betrachteten Größen vom Einfallswinkel. Sie brauchen nicht exakt bestimmen, wie tief das Schwimmbecken wirkt; es geht nur darum, zu zeigen, dass die Funktion (Entfernung vom Schwimmbecken) $\mapsto$ (scheinbare Tiefe des Beckens) monoton fällt.

Übung 2. Es sei $\mathcal{P} = \mathbf{R}^2$ und

$$\mathcal{G} = \left\{ g \subset \mathbf{R}^2 \mid g \text{ ist Gerade oder Kreis, } 0 \in g \right\}.$$

Eine Inzidenzrelation I ist wie folgt definiert: $P \in \mathcal{P}$ liegt auf $g \in \mathcal{G}$, falls $P \in g$, aber nicht ($P = 0$ und g ein Kreis).

Zeigen Sie, dass $(\mathcal{P}, \mathcal{G}, I)$ die Axiome für eine affine Ebene erfüllt.

Übung 3. Gegeben sei eine affine Ebene, in der der kleine Satz von Desargues gilt. Seien $g_1, \ldots, g_n$ parallele Geraden mit $g_i \neq g_1$ ($i = 2, \ldots, n$) und $g_i \neq g_{i+1}$ ($i = 2, \ldots, n-1$). Seien P_i, Q_i Punkte auf g_i ($i = 1, \ldots, n$), so dass $P_iP_{i+1} \parallel Q_iQ_{i+1}$ ($i = 1, \ldots, n-1$). Zeigen Sie: $P_1P_n \parallel Q_1Q_n$.

Kann man die Voraussetzung an $g_1, \ldots, g_n$ abschwächen: $g_i \neq g_{i+1}$ ($i = 1, \ldots, n-1$), $g_1 \neq g_n$?

Übung 4. Prüfen Sie nach, ob in den folgenden Fällen ein von den Axiomen der affinen Ebene unabhängiges Axiom vorliegt und ob man jeweils insgesamt ein widerspruchsfreies Axiomensystem erhält:

(a) Es gibt überabzählbar viele Punkte und Geraden.

(b) Es gibt abzählbar viele Punkte und überabzählbar viele Geraden.

(c) Die Anzahl aller Punkte ist nicht 5.

Abgabe bis zum 2. Dezember, 9:00 in den Briefkästen