

Übung 1. Eine Lichtquelle strahlt eine Leinwand an. Sie ist so weit von der Leinwand entfernt, dass wir die Strahlen als parallel annehmen können. Sie haben den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, und die Leinwand enthält die Punkte $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Projektion der Punkte $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Übung 2. Sei X ein nichtleerer affiner Raum und $p: X \rightarrow X$ eine affine Abbildung, die $p(p(P)) = p(P)$ für alle $P \in X$ erfüllt. Zeigen Sie: Die Menge

$$W = \{\overrightarrow{Pp(P)} \mid P \in X\}$$

bildet einen Untervektorraum von $T(X)$, und p ist die Parallelprojektion auf $p(X)$ in Richtung W .

Tipp: Man kann sich auf den Fall beschränken, dass $X = V$ ein Vektorraum und p linear ist. (Warum?)

Übung 3. Sei $f \neq \text{id}$ eine Affinität von \mathbf{R}^2 , die einen Fixpunkt besitzt und eine Fixgerade, die den Fixpunkt nicht enthält. Zeigen Sie, dass f dann eine Achsenaffinität sein muss.

Übung 4. Ein Segelboot fährt in eine Richtung, die mit der Richtung, aus der der Wind kommt, den Winkel 2α bildet. Berechnen Sie den Bruchteil der Windkraft, die dem Antrieb des Segelboots zu Gute kommt, wenn die Segelfläche den Winkel zwischen den oben genannten Richtungen halbiert. Wieso ist diese Segelstellung optimal? Fertigen Sie zur Erklärung auch eine Skizze an.

Tipp: Betrachten Sie zunächst den Bruchteil der Windkraft, die einen tatsächlichen Effekt auf das Segel hat. Bezeichnen Sie bei der Zusatzfrage die Abweichung von der winkelhalbierenden Segelstellung mit β .