Übungen zur Geometrie und ihrer Didaktik

— Blatt 3 —

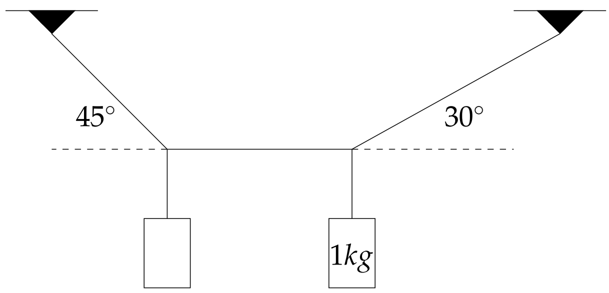
Helmut Hamm, Tilman Bauer 2. November 2005

Übung 1. Seien $P_0, \dots, P_n$ Punkte in einem Vektorraum V über einem Körper k. Zeigen Sie:

(a) Die affine Hülle der P_i ist genau die Menge $\{\sum_{i=0}^n \lambda_i P_i \mid \lambda_i \in k,\ \sum_{i=0}^n \lambda_i = 1\}$.

(b) Die Punkte $P_0, \dots, P_n$ sind genau dann affin unabhängig, wenn für jeden Punkt P in der affinen Hülle, der nach (1) dargestellt werden kann als $P = \sum_{i=0}^n \lambda_i P_i$, die Koeffizienten λ_i eindeutig bestimmt sind.

Übung 2. Zwei Gewichte hängen an einem an zwei Punkten aufgehängten Seil, wie in dieser Abbildung angedeutet:

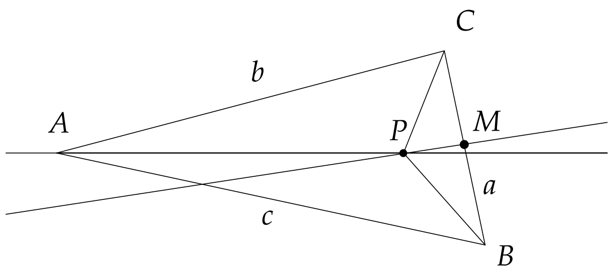


Wie schwer muss das linke Gewicht sein, damit das mittlere Segment des Seils waagerecht hängt?

Übung 3. Berechnen Sie den Schnittpunkt der affinen Ebene $\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix}-3\\-1\\-1\end{pmatrix}$ mit der Geraden, die durch $\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ geht.

bitte wenden

Übung 4 (Jedes Dreieck ist gleichseitig.). Der folgende Beweis zeigt, dass jedes Dreieck gleichschenklig ist. Betrachten Sie die folgende Abbildung:



Hier sind die Mittelsenkrechte auf der Seite a und die Winkelhalbierende des Winkels bei A eingezeichnet; ihr Schnittpunkt ist P. Bezeichnet M den Mittelpunkt von a, so sind die Dreiecke BPM und CPM kongruent, denn sie sind rechtwinklige Dreiecke mit gleichen Kathetenlängen. Daraus folgt aber, dass auch APC und APB kongruent sind, denn $|PC| = |PB|$. Also sind die Seiten $b = \overline{AC}$ und $c = \overline{AB}$ gleich lang.

Wo liegt der Fehler in diesem Beweis? Die Antwort führt zu einer geometrischen Behauptung: beweisen Sie diese direkt.