ÜBUNGEN ZUR GEOMETRIE UND IHRER DIDAKTIK

— BLATT 10 —

Helmut Hamm, Tilman Bauer 21. Dezember 2005

Übung 1. (a) Führen Sie den Begriff des Winkels zwischen einer Geraden g und einer Ebene E im $\mathbf{R}^3$ ein, indem Sie die Winkel zwischen g und Geraden in E, die g schneiden, untereinander vergleichen. Wie können Sie den Winkel berechnen?

(b) Verfahren Sie entsprechend beim Begriff des Winkels zwischen zwei Ebenen. Benutzen Sie dabei den in (a) eingeführten Winkelbegriff.

Übung 2. Sei E die Ebene im $\mathbf{R}^3$, die die Punkte $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$ enthält.

Bestimmen Sie die Bilder der Punkte $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ unter der Orthogonalprojektion auf E.

Übung 3. Seien g_1, g_2 zwei Geraden im $\mathbf{R}^2$, und seien S_1, S_2 die Spiegelungen an den Geraden g_1, g_2. Zeigen Sie, dass S_1 und S_2 genau dann kommutieren, wenn g_1 und g_2 entweder orthogonal oder identisch sind.

Tipp: Zeigen Sie zunächst die analoge Aussage für Orthogonalprojektionen statt Spiegelungen.

Übung 4. (a) Seien A, B, C, D die Eckpunkte eines Parallelogramms im $\mathbf{R}^2$ (im entgegengesetzten Uhrzeigersinn). Zeigen Sie mittels des Skalarprodukts oder des Kosinussatzes:

$$|AC|^2 + |BD|^2 = 2|AB|^2 + 2|AD|^2.$$

(b) Verwenden Sie (a), um zu zeigen, dass ein Dreieck bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist durch die Längen der Seiten a und b sowie die Länge der Seitenhalbierenden s_c der Seite c. Geben Sie dazu eine Formel für die Länge der Seite c in Abhängigkeit von a, b, s_c an.

Frohe Weihnachten! Abgabe bis zum 13. Januar, 9:00 in den Briefkästen