Übungen zur Geometrie und ihrer Didaktik

— Blatt 1 —

Helmut Hamm, Tilman Bauer 19. Oktober 2005

Die Übungen dürfen und sollen in Gruppen von bis zu drei Studenten bearbeitet und abgegeben werden. Allerdings muss jeder, dessen Name auf der Abgabe steht, auch alle Aufgaben bearbeitet haben – bitte nicht disjunkt aufteilen.

Übung 1 (4P). P ist 1,80 m groß, 50 cm breit, und eitel.

(a) Wie groß muss Ps Spiegel sein, wenn er senkrecht angebracht wird und P sich darin stehend ganz sehen möchte?

(b) So viel Geld hat P leider nicht. Reicht ein Spiegel der Größe 80 cm $\times$ 30 cm, wenn man ihn gekippt anbringt?

Übung 2 (4P). Die Personen A, B und C wollen sich nach einer gleichzeitig begonnenen, geradlinigen Wanderung gleichzeitig treffen. B startet 2 km östlich, C dagegen 1 km nördlich von A. Wo muss der Treffpunkt liegen, wenn sie

(a) mit gleicher Geschwindigkeit wandern;

(b) A und C gleich schnell wandern, aber B doppelt so schnell?

Übung 3 (4P). Seien $v_1, v_2 \in \mathbf{R}^2$ linear unabhängig, und sei $v_3 = \alpha v_1 + \beta v_2$ für gewisse $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. Unter welchen Bedingungen an α, β gibt es eine bzw. zwei bzw. sechs lineare Abbildungen von $\mathbf{R}^2$ auf sich, die v_1, v_2, v_3 permutieren?

Übung 4 (Charakterisierung von affinen Räumen, 4P). Sei V ein Vektorraum und X eine nichtleere Menge mit einer Abbildung $X \times X \to V$, $(P, Q) \mapsto \overrightarrow{PQ}$, die folgende Axiome erfüllt:

(a) für alle $P \in X$ und $v \in V$ gibt es genau ein $Q \in X$, so dass $\overrightarrow{PQ} = v$; und

(b) für alle $P, Q, R \in X$ gilt:
$$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}.$$

Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\begin{aligned} V \times X &\to X \\ (\overrightarrow{PQ}, P) &\mapsto Q \end{aligned}$$

eine wohldefinierte Operation von $(V, +)$ auf X definiert, die X zu einem affinen Raum macht.

Abgabe bis zum 26. Oktober, 15:15 in den Briefkästen