Übungen zur Linearen Algebra I

— Allgemeines und Anwesenheitsaufgaben —

Siegfried Bosch, Tilman Bauer 17. Oktober 2006

Willkommen am Mathematischen Institut und zur Vorlesung „Lineare Algebra I"!

Zunächst einige wichtige Informationen zur Vorlesung. Alles Aktuelle, alle Übungszettel und weiteren Informationen zur Vorlesung (auch diese) finden Sie auf der Vorlesungs-Homepage unter `http://wwwmath.uni-muenster.de/u/tbauer/LA-1.html`. Bitte besuchen Sie diese Seite bis **spätestens Mittwoch, den 18. Oktober, 12:00**, um **sich für eine Übungsgruppe zu registrieren**. Die Registrierung geht nur online. Sie sollten mehrere Zeitwünsche angeben, wir suchen dann eine Einteilung, die möglichst alle zufriedenstellt und veröffentlichen sie im Laufe des Mittwochnachmittags, damit die Übungen bereits in der ersten Woche, also ab Donnerstag, den 19. Oktober, beginnen können. Es ist unerheblich, wann Sie sich registrieren, solange es vor Mittwochmittag ist.

Übungsblätter und ihre Bearbeitung

Jeden Dienstag erscheint ein neues Übungsblatt, das Sie bearbeiten müssen. Ihre Lösungen geben Sie am darauffolgenden Dienstag bis vor der Vorlesung ab, indem Sie sie in den Briefkasten Ihres Übungsgruppenleiters gegenüber von Hörsaal 4 einwerfen. Die Briefkästen haben folgende Nummern:

Thomas Albers: 44	Magdalena Boos: 45	Till Breuer: 46	Christina Elberg: 47
Ann-Kristin Juschka: 48	Christian Liguda: 49	Dominik Menning: 50	Michael Schmeing: 51
Franziska Schneider: 52	Jan Stahmann: 53	Carsten Szardenings: 54	

Die Übungen dürfen und sollen in Gruppen von bis zu drei Studenten bearbeitet und abgegeben werden. Allerdings muss jeder, dessen Name auf der Abgabe steht, auch alle Aufgaben bearbeitet haben und bereit sein, sie in den Übungsgruppen an der Tafel zu präsentieren. Bitte teilen Sie also die Aufgaben nicht einfach untereinander auf.

Sie sollten mindestens 40% der Punkte der Übungszettel erreichen und ein- bis zweimal vorgerechnet haben, um zur Abschlussklausur zugelassen zu werden. Die Endnote ergibt sich aus der Klausurnote und dem Abschneiden auf den Übungszetteln.

Anwesenheitsaufgaben zur Aussagenlogik

In der ersten Übungsstunde und auf dem ersten Aufgabenblatt geht es um elementare Aussagenlogik, die aus Zeitgründen in der Vorlesung nicht behandelt wird. Sie brauchen die unten stehenden Aufgaben nicht vorab zu bearbeiten, sie dienen als Vorlage für die Übungsstunde.

In der Aussagenlogik studiert man Ausdrücke, die aus logischen Unbestimmten (Buchstaben) und Verknüpfungen (Operationen) bestehen. Die Grundoperationen sind $\vee$ (*oder*), $\wedge$ (*und*) und $\neg$ (*nicht*). Wenn jeder Unbestimmten in einem wohlgeformten Ausdruck ein Wahrheitswert (w (wahr) oder f

(falsch)) zugeordnet wird, so hat auch der gesamte Ausdruck einen Wahrheitswert, den man durch eine Wahrheitstafel tabulieren kann, wie hier am Beispiel der Grundoperationen:

$P \vee Q$	$P = f$	$P = w$
$Q = f$	f	w
$Q = w$	w	w

$P \wedge Q$	$P = f$	$P = w$
$Q = f$	f	f
$Q = w$	f	w

$\neg P$	$P = f$	$P = w$
	w	f

Übung 1. Folgende abgeleitete Operationen werden oft verwendet:

$$(P \Rightarrow Q) = \neg P \vee Q$$
$$(P \Leftrightarrow Q) = (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$$

Stellen Sie für diese Operationen die Wahrheitstafeln auf.

Übung 2. Zeigen Sie mit Wahrheitstafeln, dass folgende Aussagen stets wahr sind:

$$(P \Rightarrow Q) = (\neg Q \Rightarrow \neg P)$$
$$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

Statt mit Wahrheitstafeln zu arbeiten, ist es oft einfacher, Termumformungsregeln zu verwenden. Es gelten Assoziativ- und Kommutativgesetze sowie:

$$P \vee P = P = P \wedge P$$
$$P \vee \neg P \text{ ist stets wahr (\textit{tertium non datur})}$$
$$\neg\neg P = P$$
$$\neg(P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$$
$$\neg(P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$$
$$(P \vee Q) \wedge R = (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$$
$$(P \wedge Q) \vee R = (P \vee R) \wedge (Q \vee R)$$

Übung 3. Beweisen Sie einige dieser Regeln mit Wahrheitstafeln.

Übung 4. Vereinfachen Sie folgenden Term so weit wie möglich durch Termumformungen:

$$\neg\,(P \vee \neg(Q \Rightarrow R)) \wedge (Q \Leftrightarrow (P \vee R))$$