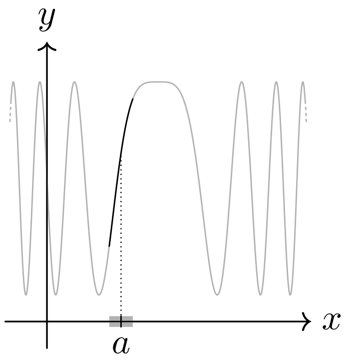
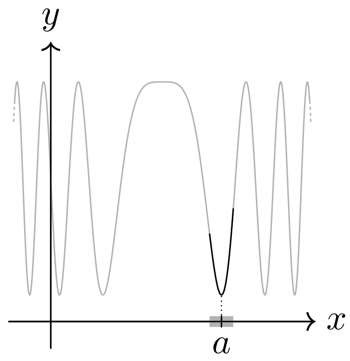
Lokalt en-entydiga funktioner

En funktion f är lokalt en-entydig i punkten $x = a$ om det finns en omgivning I till $x = a$ så att $f|_I$ är en-entydig.



Lokalt en-entydig i $x = a$



Ej lokalt en-entydig i $x = a$

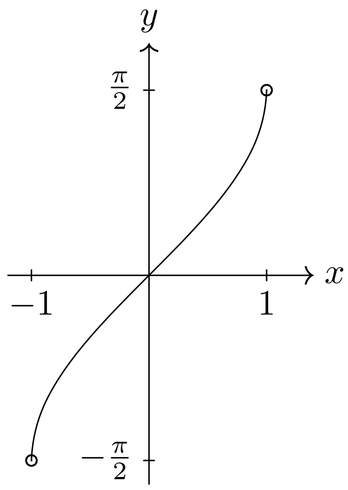
Sats Om f är en kontinuerligt deriverbar funktion i en omgivning av $x = a$ och $f'(a) \neq 0$, då är f lokalt en-entydig i $x = a$.

Sats Om f är en kontinuerligt deriverbar funktion som är lokalt en-entydig i ett intervall, då är är f en-entydig i intervallet.

Cyklometriska funktioner

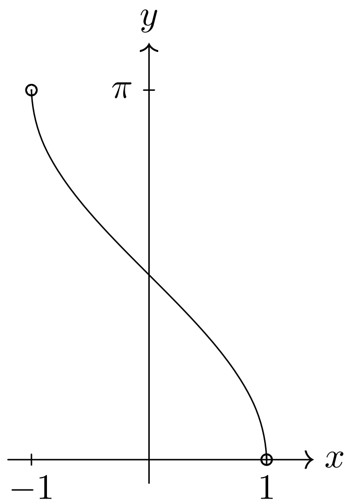
$y = \sin x \quad (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$
har inversen $y = \arcsin x$.

$$D_{\text{arcsin}} = [-1, 1]$$
$$V_{\text{arcsin}} = [-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2}]$$
$$\frac{d}{dx} \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$



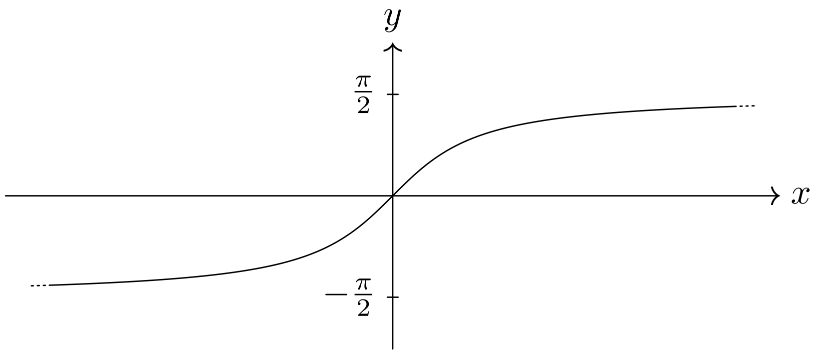
$y = \cos x \quad (0 < x < \pi)$
har inversen $y = \arccos x$.

$$D_{\text{arccos}} = [-1, 1]$$
$$V_{\text{arccos}} = [0, \pi]$$
$$\frac{d}{dx} \arccos x = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$$



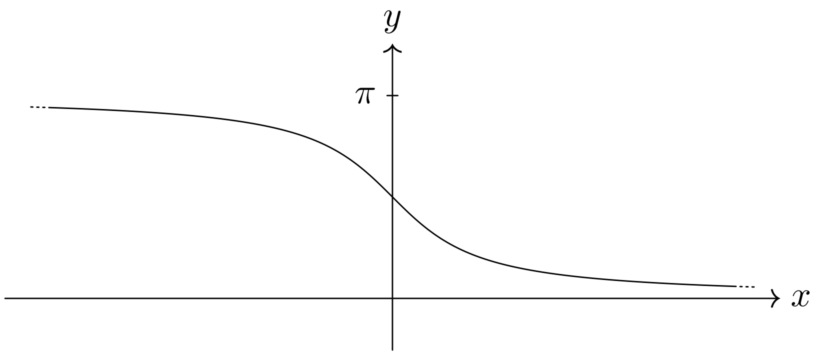
$y = \tan x \quad (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$ har inversen $y = \arctan x$.

$$D_{\mathrm{arctan}} = (-\infty, \infty) \qquad \frac{d}{dx} \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$$
$$V_{\mathrm{arctan}} = (-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2})$$



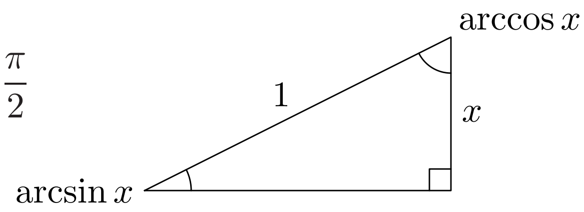
$y = \cot x \quad (0 < x < \pi)$ har inversen $y = \operatorname{arccot} x$.

$$D_{\mathrm{arccot}} = (-\infty, \infty) \qquad \frac{d}{dx} \operatorname{arccot} x = \frac{-1}{1+x^2}$$
$$V_{\mathrm{arccot}} = (0, \pi)$$



Cyklometriska samband

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$



$$\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$$