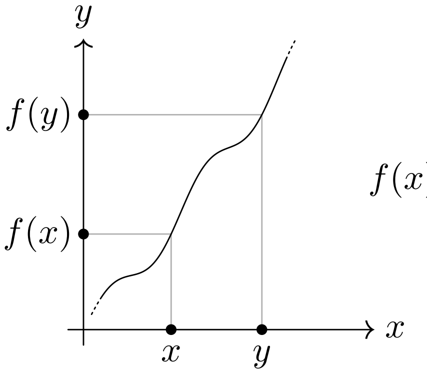
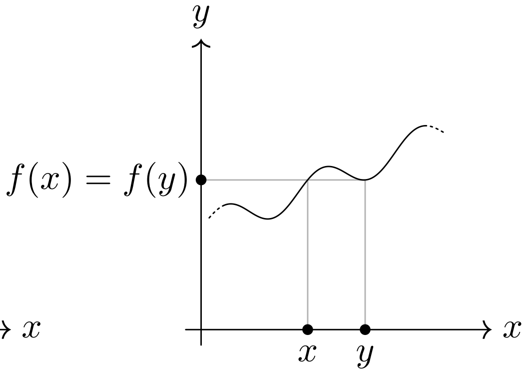
En-entydiga funktioner

En funktion f är en-entydig (injektiv) om

$$x = y \qquad \Leftrightarrow \qquad f(x) = f(y).$$



en-entydig



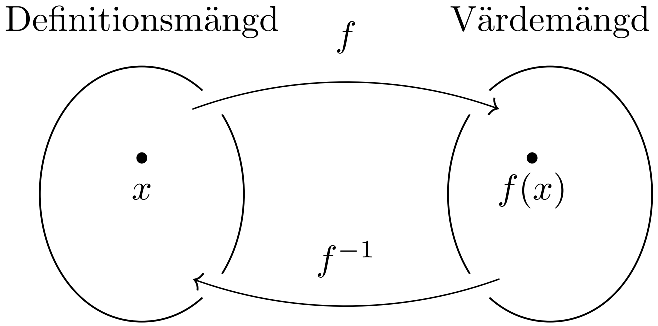
inte en-entydig

Sats f strängt monoton $\Rightarrow$ f en-entydig.

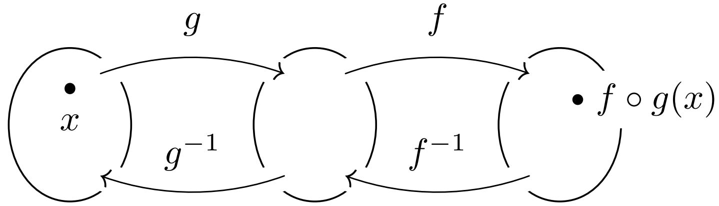
Sats f och g en-entydiga $\Rightarrow$ $f \circ g$ en-entydig.

Inversfunktion

Antag att f är en en-entydig funktion. Den funktion som avbildar värdet $f(x)$ tillbaka på x kallas för inversfunktionen till f och betecknas f^{-1}.



Sats $\big(f \circ g\big)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ (analogi: matrisinvers)



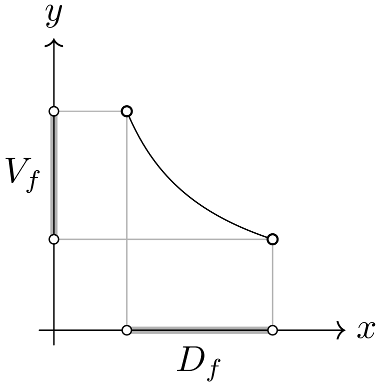
Sats Om $f' \circ f^{-1}(a) \neq 0$ då är $\big(f^{-1}\big)'(a) = \dfrac{1}{f' \circ f^{-1}(a)}$.

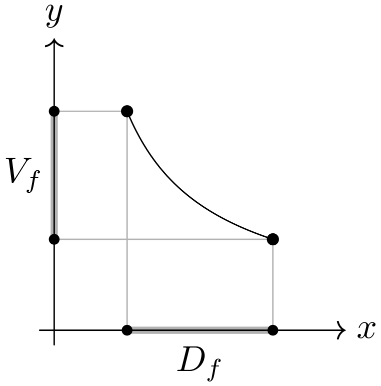
Värdemängd

Sats Om f är en kontinuerlig, monoton funktion med $D_f = (a, b)$, då är V_f ett öppet intervall med ändpunkter

$$\lim_{x \to a^+} f(x) \quad \text{och} \quad \lim_{x \to b^-} f(x).$$

Sats Om f är en kontinuerlig, monoton funktion med $D_f = [a, b]$, då är V_f ett slutet intervall med ändpunkter $f(a)$ och $f(b)$.





Sats $D_{f^{-1}} = V_f \qquad V_{f^{-1}} = D_f$

Kancellationsidentiteterna

Om f är en-entydig då är

1. $f \circ f^{-1}(x) = x \qquad \forall\, x \in V_f$
2. $f^{-1} \circ f(x) = x \qquad \forall\, x \in D_f$