Övning 7 MATLAB [3.21, 3.22, 3.23, 4.5]

Rotort rlocus

rlocus(Q(s)/P(s))

där $P(s)+KQ(s)=0$ dvs $\frac{Q}{P}=\frac{-1}{K}$ $P+KQ=1+G_o=1+FG$

eller

rlocus (G) för att plotta rotort för det återkopplade systemet $G_c=\frac{G_o}{1+G_o}$ där en P-regulator används

P-reg: $1+G_o=1+KG$

$G=\frac{T}{N}$ poler för $1+K\frac{T}{N}=0$

$\Rightarrow N+KT=0$

identifiera $P+KQ=0 \Rightarrow P=N$, $Q=T$

$\Rightarrow G=\frac{Q}{P}$

Nyquist nyquist

nyquist (G_o) plottar nyquist för det öppna systemet

axis([x_1 x_2, y_1, y_2]) för att sätta axlarna

($x_1=y_1=-1$, $x_2=y_2=1$ visar enhetscirkeln (plus hörn))

Bode bode, margin

bode(G) plottar Bodediagrammet för G i dB

margin (G) ger även A_m & φ_m samt respektive ω (ω_c & ω_p)

A_m anges som Gm (gainmargin)

φ_m anges som Pm (phase margin)

OBS! Ni behöver också den teori som hör ihop med förra datorövningen

(samt det ni lärt er på ordinarie övningar för att besvara frågor.)

3.21

$F_P = K_P$ P-reg

$F_{PI} = K_P + \frac{K_I}{s}$ PI-reg

$F_{PID} = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{sT+1}$ PID-reg

a) $Y(s) = G(s)U(s)$

$$G(s) = \frac{0.2}{(s^2+s+1)(s+0.2)}$$

Vi använder P-regulator!

i) Plotta rotort map. K_P

ii) För vilka $K_P > 0$ är det återkopplade systemet asymptotiskt stabilt?

iii) I upps. A 3.4 undersöktes samma system. Där var slutsatserna att:

- stegsvaret var långsamt men väldämpat för små K_P
- stegsvaret var snabbare men svängigare när K_P blev större
- stegsvaret var instabilt för stora K_P
- stationära felet reducerades när K_P ökade

Kan vi hitta dessa resultat/tolka dem med hjälp av rotorten?

Lösning

$(s^2+s+1)(s+0.2) + K_P 0.2 = 0$ ger polerna (nämnare till $G_c = \frac{KG}{1+GK}$)

(kallas karaktäristiska ekvationen för G_c)

$\Rightarrow$ $P = (s^2+s+1)(s+0.2)$

$Q = 0.2$

MATLAB: s=tf('s') sedan P = ...

Q = ...

rlocus(Q/P)

Rotorten: de komplexa polerna närmar sig Im-axeln när K_P ökar

$\Rightarrow |Im|/|Re|$ ökar med K_P $\Rightarrow$ svängigare för större K_P

För $K_P \approx 6$ passerar polerna in i HHP $\Rightarrow$ instabilt

tryck i plotten för värden

vi vet inget om felet endast baserat på rotorten

snabbhet $\propto$ avstånd till origo

b) Använd PI reg! $K_P=1$

i) Plotta rotort map. K_I

ii) För vilka $K_I>0$ är det återkopplade systemet asymptotiskt stabilt?

iii) Slutsatser från 3.4:

- felet elimineras (stationärt)
- litet $K_I \Rightarrow$ stort T_s
- stort $K_I \Rightarrow$ svängigt & ev. instabilt

Tolka ovan med rotorten!

Lösning

Karakteristiska ekv: $(s^2+s+1)(s+0.2)+0.2(1+\frac{K_I}{s})=0$

$\Rightarrow s(s^2+s+1)(s+0.2)+0.2s+K_I\cdot 0.2=0$

$P=s(s^2+s+1)(s+0.2)+0.2s$

$Q=0.2$

MATLAB: som (a) med nytt P

Från rotorten: För små K_I är 2 poler på reella axeln
När K_I ökar blir de komplexa & rör sig mot Im-axeln
(blir svängigare!)
För $K_I \gtrsim 1.5$ (stort) blir systemet instabilt när polerna når HHP

för små K_I { En pol nära origo $\Rightarrow$ långsamt
(minns att avstånd till origo $\propto$ snabbhet)
Kan inte säga något om felet

c) Använd PID-reg! $K_P=K_I=1$, $T=0.1$

i) Plotta rotort map K_D

ii) Slutsatser från 3.4:

- ökat $K_D \Rightarrow$ ökad dämpning (mindre svängigt)
- för stort K_D ger svängigt system med högre frekvens
- fortsatt ökat $K_D \Rightarrow$ instabilt

Tolka mha. rotorten!

Lösning $(s^2+s+1)(s+0.2)+0.2\left(1+\frac{1}{s}+\frac{K_D s}{0.1s+1}\right)=0$

$P=((s^2+s+1)(s+0.2)s+0.2s+0.2)(0.1s+1)$

$Q=0.2s^2$

Från rotorten: 2 komplexa poler nära origo går mot origo när K_D ökar (1)
2 poler går mot Im-axeln när K_D ökar (2)
(1) $\Rightarrow$ systemet dämpas ($|Im|/|Re|$ minskar)
(2) $\Rightarrow$ svängigare system
När (2) tar över (för ett stort nog K_D) blir systemet svängigare!
När polerna i (2) passerar in i HHP blir systemet instabilt

3.22 Samma system som 3.21

a) Plotta Nyquistkurvan för det öppna systemet när P-reg används
Testa olika K_P!
För vilket K_P är det återkopplade systemet asymptotiskt stabilt?
Jämför med 3.21 a

Lösning MATLAB: Skriv in G ⇒ s=tf('s')
$G = 0.2/((s^2+s+1)*(s+0.2))$

Sätt $K_P = 1$

Plotta Nyquist: nyquist(K_P*G)
Upprepa för olika K_P

Från plottar: När K_P ökas blir förstärkningen större
för $K_P=1$ var kurvan långt från −1
⇒ större K_P kurvan närmar sig −1
$K_P \approx 6.2$ ⇔ kurvan skär −1
⇒ Systemet är instabilt för $K_P \geq 6.2$

Jmf: Bör hittat samma gräns för K_P
Båda säger att ökat K_P kan ge instabilitet

b) PI-reg! $K_P = 1$
Hur påverkar K_I Nyquist? För vilket K_I är det återkopplade systemet stabilt?
Jmf med 3.21 b!

Lösning
$F = 1 + K_I/s$
nyquist(F*G)
Testa olika K_I!
Den nya kurvan är närmre −1 ⇒ svängigare ← jmf med P-reg $K_P=1$
Kurvan skär −1 för $K_I = 1.44$ ⇒ instabilt! ← Bör vara samma som i 3.21b (eller approximativt samma)

c) PID! $K_P = K_I = 1$, $T = 0.1$
Hur påverkar K_D Nyquist?

Lösning Nytt F! Testa olika K_D! ← jmf med PI-reg $K_P=K_I=1$
Nya kurvan är längre från −1 ⇒ dämpat!
Kurvan skär −1 för $K_D = 66$ ⇒ instabilt
(Kurvan rör sig först längre bort från −1 sedan närmre −1)
när K_D ökas

3.23 Nästan samma system som 3.21 & 3.22 (faktor 2 större)

a) P-reg $K_P = 1$

i) Plotta Bode för det öppna systemet

ii) Bestäm $\omega_c, \omega_p, \varphi_m$ & A_m

iii) Beräkna det slutna systemet & plotta stegsvaret!

Lösning

$G_0 = FG$

$F = K_P = 1$

MATLAB: margin(Go)

Läs $\omega_c, \omega_p, \varphi_m$ & A_m ur plotten (högst upp under titeln)

$A_m = G_m$, ω_p = frekvensen där G_m läses av

$\varphi_m = P_m$, ω_c = frekvensen där P_m läses av

$A_m = 3.1$
$\varphi_m = 94°$
$\omega_c = 0.38$ rad/s
$\omega_p = 1.1$ rad/s

Slutna systemet: $G_c = \dfrac{G_0}{1+G_0} = \dfrac{0.4}{(s^2+s+1)(s+0.2)+0.4}$

MATLAB: Gc=feedback(Go,1)
step(Gc)

b) $K_P = 2.5$

i) Hur påverkar det ändrade K_P:et $\omega_c, \omega_p, \varphi_m$ & A_m?

ii) Plotta stegsvaret för G_c. Hur ändras det med det nya K_P:et?

Lösning

Plotta Bode med nya K_P

MATLAB: F=2.5
Go=FG
margin(Go)

$A_m = 1.24$
$\varphi_m = 126°$
$\omega_c = 0.99$ rad/s
$\omega_p = 1.1$ rad/s

Läs av de nya värdena

- Faskurvan är opåverkad
- Amplitudskurvan har höjts

$\Rightarrow$ ω_p oförändrad
ω_c ökar

A_m minskar (amplitudskurvan ökar & närmar sig 1 vid ω_p)

φ_m minskar (ω_c ökar $\Rightarrow$ vi tittar vid ett senare läge i faskurvan när den närmat sig $-180°$)

MATLAB: Gc=feedback(Go,1)
step(Gc)

Det nya stegsvaret är svängigare

(Det ökade $K_P \Rightarrow$ svängigare) $\Leftarrow$ stämmer med våra slutsatser!

c) Hur mycket kan vi öka K_p innan det slutna systemet blir instabilt?

Hur relaterar det till A_m för $K_p = 1$?

Plotta stegsvaret för det slutna systemet med gränsvärdet för K_p som du bestämt!

Hur beter sig stegsvaret?

Lösning

Testa olika K_p!

Relatera till A_m i (a)

Vi hittade att $A_m = 3.1$ för $K_p = 1$

Vi kan alltså förstärka systemet med en faktor 3.1 innan $\omega_c = \omega_p$ o instabilitet uppstår

$\Rightarrow$ Gränsvärdet är $K_p = 3.1$

Stegsvaret för $K_p = 3.1$ oscillerar med konstant amplitud

(4.5) $G_A = \frac{1}{s^2+2s+1}$ $G_B = \frac{1}{s^2+0.4s+1}$ $G_C = \frac{1}{s^2+5s+1}$

$G_E = \frac{4}{s^2+2s+4}$ $G_D = \frac{1}{s^2+s+1}$

a) Studera amplitudskurvorna för systemen
Hitta statisk förstärkning & bandbredd
Där det är relevant: hitta resonanstopp & resonansfrekvens

Lösning

Hitta värden genom att använda 'Characteristics' (högerklicka i figuren)

	$\lvert G(0)\rvert$	ω_B	ω_r	M_p
G_A	1	0.64		
G_B	1	1.5	1	2.5
G_C	1	0.21		
G_D	1	1.27	0.7	1.15
G_E	1	2.54	1.4	1.15

M_p: högsta höjd relativt $\lvert G_c(0)\rvert$ jmf överslång
ω_r: frekvens där $\lvert G(i\omega)\rvert = M_p$
ω_B: frekvens där $\lvert G(i\omega)\rvert = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\lvert G(0)\rvert$: amplitud för $\omega = 0$

b) Beskriv relationen mellan T_r & ω_B samt mellan M & M_p i ord (ej formler).

Lösning

Bandbredden är proportionell mot inversen av stigtiden, dvs om ω_B ökar så minskar T_r & vice versa

Resonanstoppen är proportionell mot inversen av relativa dämpningen
Vi vet att mindre dämpning betyder större överslång,
dvs om M_p är stor så är dämpningen liten & därmed är även överslängen M stor