Övning 1 Q15 29/8 kl 13-15 $\boxed{2.11, 2.10, 2.5}$

Teori "Vad är reglerteknik?"

Vad motsvarar signalerna? Utsignal $y(t)$ insignal $u(t)$ (styrsignal)
störsignal $v(t)$, (referenssignal $r(t)$)

Ex: Dörrvakten
$y(t)$ - det vi vill styra ex: antal människor på festen
$u(t)$ - det vi kan styra ex: antal människor som släpps in genom dörren
$v(t)$ - det vi inte kan styra ex: antal människor som smiter in genom fönstret
($r(t)$ - det vi vill att $y(t)$ ska va ex: under brandgränsen)

Dynamiska system = utsignal beror på insignalen nu & tidigare (& utsignalen tidigare)
(inte framtida)

⇒ Diff.ekvationer beskriver systemen $$\sum_{k=0}^{n} a_k \frac{d^{n-k} y}{dt^{n-k}} = \sum_{i=0}^{m} b_i \frac{d^{m-i} u}{dt^{m-i}}$$

- svår lösta, som tidsfunktioner
- vi kan använda Laplace transform!
  (gå till frekvensdomän från tidsdomän)
  byt ut $f(t)$ mot $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$ & räkna med $F(s)$!

Varför lättare? ⇒ $f'(t) \Leftrightarrow sF(s) - f(0)$ $f(0)=0$ oftast
$f^{(n)}(t) \Leftrightarrow s^n F(s)$ om $f(0)=0$, $f'(0)=0$, ..., $f^{(n-1)}(0)=0$

Definition 1 Laplace

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t) e^{-st}\,dt = F(s)$$

A.2 s. 232 i Glad & Ljung
(även tabell med de vanligaste förekommande transformerna inom reglerteknik.)

Notation: Vi använder små bokstäver för funktioner i tidsdomän: $f(t), y(t)$ ...
& stora bokstäver för funktioner i Laplacedomän: $F(s), Y(s)$ ....
(s är dock litet!)

Överföringsfunktioner

Kom ihåg diff. ekv. $$\sum_{k=0}^{n} a_k \frac{d^{n-k} y(t)}{dt^{n-k}} = \sum_{i=0}^{m} b_i \frac{d^{m-i} u(t)}{dt^{m-i}} \quad (*)$$

med deriveringsregeln $$\frac{d^n f(t)}{dt^n} \Leftrightarrow s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-k-1} \left.\frac{d^k f(t)}{dt^k}\right|_{t=0}$$

kan vi skriva $(*)$ på Laplacedomän

$$\sum_{k=0}^{n} a_k s^{n-k} Y(s) = \sum_{i=0}^{m} b_i s^{m-i} U(s)$$

om $\left.\frac{d^k f(t)}{dt^k}\right|_{t=0} = 0 \quad \forall\, k = 0, 1, \ldots, n$ för $f(t) = y(t)$
& $f(t) = u(t)$

→ alla derivator är noll för $t=0$!

Vi kan då skriva: $$Y(s) = \left(\frac{\sum_{i=0}^{m} b_i s^{m-i}}{\sum_{k=0}^{n} a_k s^{n-k}} \right) U(s) = G(s)\, U(s) \quad (**)$$

G(s): överföringsfunktion

Ex: $$a_1 y(t) + a_2 y'(t) = b_1 u(t) \Leftrightarrow a_1 Y(s) + a_2 s Y(s) = b_1 U(s)$$
$$\Downarrow$$
$$(a_1 + a_2 s) Y(s) = b_1 U(s)$$
$$\Downarrow$$
$$Y(s) = \underbrace{\frac{b_1}{a_1 + a_2 s}}_{G(s)} U(s)$$

Då kallas man ej i kursen

Poler o nollställen

$G(s) = \frac{T(s)}{N(s)} = \frac{\text{täljare}}{\text{nämnare}}$

Poler: s där $N(s)=0$

Nollställen: s där $T(s)=0$

Värdena på poler o nollställen ger information om dynamiken

Ex: $G(s) = \frac{b_1}{a_1 + a_2 s}$ (förra sidan)

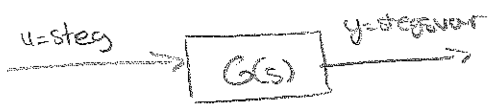
Pol: $a_1 + a_2 s = 0 \Rightarrow s = -\frac{a_1}{a_2}$

inget nollställe

Vad kan vi säga om systemet baserat på poler?

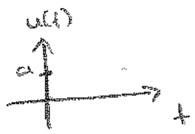
- Alla poler i VHP (strikt negativ realdel) $\Leftrightarrow$ insignal-utsignal stabilt [33-34]
  + proper $G(s)$ ($n>m$ i **) (begränsad insignal ger begränsad utsignal)
- Alla poler i HHP (strikt positiv realdel) $\Rightarrow$ instabilt system
- Avstånd till origo $\propto$ systemets snabbhet
- Komplexa poler (imaginärdelen nollskild) $\Rightarrow$ oscillerande (svängigt) system
  - större imaginärdel $\Rightarrow$ högre frekvens på svängningarna

Stegsvar



utsignalen som fås när man skickar in ett steg som insignal

steg: $u(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ a & t\geq 0 \end{cases}$



$\overset{\mathcal{L}}{\Leftrightarrow} \quad U(s) = \frac{a}{s}$

Slutvärdessatsen

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Om } Y(s) \text{ är rationell } \left(Y(s) = \frac{T}{N} \text{ kan skrivas på bråkform}\right) \\ \text{o alla nollskilda poler har strikt negativ realdel:} \\ \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) \end{array}}$$

[A.12]

Kan beräkna gränsvärdet: vad utsignalen konvergerar mot utan att behöva räkna $\mathcal{L}^{-1}$

Statisk förstärkning $|G(0)|$

förstärkningen av en konstant signal (frekvensen=0) (eller $t\to\infty$)

Begynnelsevärdessatsen

$$\lim_{t\to 0} y(t) = \lim_{s\to\infty} sY(s)$$

[A.13]

2.5 Para ihop stegsvar med poler/nollställen

Stegsvar: 3,6 är instabila (går mot oändligheten)

4 svänger lite

2 går mot 0

5 har en liten översläng

Poler/nollställen: 1 Kom ihåg poler strikt i VHP = utsignal (insignal) stabilt

⇒ endast B & D som har en pol i 0 (ej strikt VHP) kan ge instabila resultat

$\boxed{3,6 \Leftrightarrow B, D}$

Vad skiljer dem?

B har en pol, D har 2 (en i VHP)

6 har konstant lutning, 3 har en ökande lutning

$G_B = \frac{a}{s} \Rightarrow Y(s)s = aU(s) \Rightarrow \dot{y} = u \cdot a$

$u = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1 & t\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \dot{y} = a$ } konstant lutning!

$\left(G_D = \frac{a}{s(s+b)} \Rightarrow (s^2+bs)Y(s) = aU(s) \Rightarrow \ddot{y} + b\dot{y} = a \cdot u \right.$ inte konstant lutning! $\left. \right)$

$\boxed{B=6}$ $\boxed{D=3}$

2 Kom ihåg komplexa poler = svängigt system

F har komplexa poler ⇒ 4 $\boxed{F=4}$

3 Kom ihåg slutvärdessatsen $\lim_{t\to\infty} y = \lim_{s\to 0} sY$

A har nollställe $s=0$

$\Rightarrow G_A = \frac{s}{(s+a)(s+b)} \Rightarrow Y_A = \frac{sU(s)}{(s+a)(s+b)}$ $U(s) = \frac{1}{s}$ ← stegsvar!

$\Rightarrow Y_A = \frac{1}{(s+a)(s+b)} \Rightarrow \lim_{t\to\infty} y_A = \lim_{s\to 0} \frac{s}{(s+a)(s+b)} = 0$ $\boxed{A=2}$

4 Undersök C & E: (har de 0-derivata (maxvärde) som passar överslängen?)

$G_C = \frac{1}{(s+a)(s+b)}$ $sY_C = \frac{1}{(s+a)(s+b)} \Rightarrow \dot{y}_C = \frac{e^{-bt} - e^{-at}}{a-b}$ [A.20]

$\dot{y}_C = 0 \Rightarrow e^{-bt} = e^{-at} \Rightarrow 1 = e^{(b-a)t} \Rightarrow (b-a)t = 0$

$a \neq b$ (polerna är inte i samma punkt) ⇒ $t=0$ 0-derivata i $t=0$ ingen översläng tyder på att $\boxed{C=1}$

undersök E också!

$$G_E = \frac{s+a}{(s+b)(s+c)} = sY_E \Rightarrow \dot{y}_E = \frac{(a-b)e^{-bt} - (a-c)e^{-ct}}{c-b}$$

$$\dot{y}_E = 0 \Rightarrow \frac{(a-b)}{(a-c)} = e^{(b-c)t} \qquad (b-c)t = \ln\left(\frac{a-b}{a-c}\right) \quad (\text{ser att } a<b<c)$$

$\Rightarrow$ t har ett värde som är nollskilt & >0

numeriskt ex: $a=1,\ b=2,\ c=3$

$$\Rightarrow \quad -t = \ln\left(\frac{-1}{-2}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad t \approx 0.69\ldots \quad \Rightarrow \text{E har en översläng!} \ \boxed{E=5}$$

Det stämmer!

Slutsats:
$$\boxed{\begin{array}{l} A=2 \\ B=6 \\ C=1 \\ D=3 \\ E=5 \\ F=4 \end{array}}$$

2.10 Para ihop stegsvar med överföringsfunktioner

Stegsvar: alla är stabila (går mot ett värde)

B har en översläng

C är svängigt

C & A har halva amplituden jmf med D & B

Överföringsfunktioner: <u>stabilitet</u> 6 har en pol med positiv real-del

⇒ instabilt system (matchar inget stegsvar!) $\boxed{\cancel{6}}$

<u>Statisk förstärkning</u> $|G(0)|$ (Amplituden när $t \to \infty$)

2 är ensam om $|G(0)| = 1/2$

⇒ vi vet att A,C har $|G(0)| = x$

& att B,D har $|G(0)| = 2x$

2 matchar alltså inget stegsvar! $\boxed{\cancel{2}}$

Vi vet nu att $\boxed{\begin{array}{l} 1 \,\&\, 4 \Leftrightarrow A \,\&\, C \\ 3 \,\&\, 5 \Leftrightarrow B \,\&\, D \end{array}}$

<u>1 & 4 ⇔ A & C</u>

Kom ihåg C svängigt

<u>MEN</u> både 1 & 4 har komplexa poler

Varför är inte A svängigt? ⇒ Det är dämpat!

Undersök dämpning: "Hur stor är imaginär-delen relativt real-delen?"

(1) $|Im| = 10|Re|$

(4) endast komplexa poler: $|Im| \sim \frac{8.7}{5} |Re|$

$(8.7/5 < 10)$

har dessutom en reell pol i -2!

(4) är mer dämpat än (1) ⇒ $\boxed{1 = C,\ 4 = A}$

<u>3 & 5 ⇔ B & D</u>

B har en översläng & är snabbare (når slutvärdet tidigare)

översläng kan (inte måste) betyda ö[illegible]läng

titta på snabbheten istället!

Kom ihåg: poler längre från origo ⇒ snabbare system

(3) & (5) delar 2 komplexa poler, men (3) har en tredje pol i -10 medan (5) har en i -3 ⇒

(3) har poler längre från origo : $\boxed{3 = B,\ 5 = D}$

2.11 Syra lösning spädes ut med Natriumhydroxid

- pH-värdet i syran varierar med tiden
  & ger upphov till oönskade variationer av pH-värdet i utflödet
- Vi vill lösa problemet med reglerteknik!

a) Vad är insignal, utsignal & störningssignal i systemet?

Utsignal – vi vill styra – pH-värdet i utflödet
Insignal – vi kan styra – inflödet av Natriumhydroxid
Störning – vi kan inte styra – pH-värdet i syran (inflöde av syra)

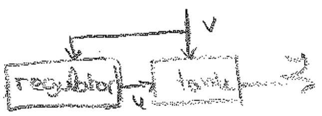
b) Block diagram

utan reglering (som bilden!)

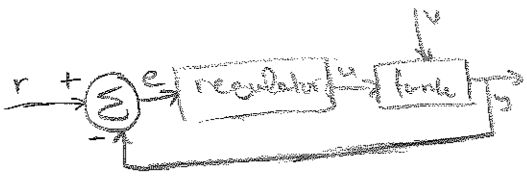
u= NaOH , v= syra   y= pH

med reglering

① vi mäter v & reglerar baserat på det (framkoppling)

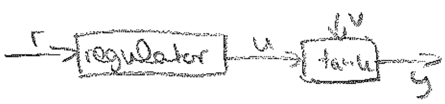


② vi mäter y & reglerar baserat på det (återkoppling)



r = referens – det vi vill att y ska vara
e = felet = r − y

③ öppen styrning: vi tar reda på exakt hur systemet funkar



Jämför reglering

	①	②	③
+	reagerar snabbt på störningar	Behöver inte ha exakt kunskap om systemet Tar hänsyn även till omätbara störningar Kan stabilisera instabila system	behöver inte mäta något alls!
−	Man måste veta hur systemet fungerar från v & u kan inte ta hänsyn till omätbara störningar! (känslig för modellfel)	Man kan skapa instabilitet i stabila system långsammare att reagera känslig för brus i y	Måste veta exakt hur systemet fungerar Störningar ignoreras

Ex på regleringen -skillnader

"Du är fadder & ska förflytta en grupp nøllan från Kemigården till Borggården"

Utsignal - nøllan förflyttning

Insignal - vad du säger till nøllan

Störning - vad andra säger till nøllan

Öppen styrning

Från tidigare erfarenheter har du lärt dig att "Gå till Borggården" bruker fungera. Du upprepar det tills alla har förflyttat sig.

- Tar inte hänsyn till förvirrade nøllan som hört att de ska till Nymble
- Förutsätter att nøllan vet vad Borggården är

Framkoppling

När någon säger till nøllan att de ska till Nymble säger du att de har fel

- Snabb reaktion på att de fick fel info
- Tar inte hänsyn till andra störningar ~ vägen nøllan känner till är blockerad

Återkoppling

Du säger till nøllan hur dom ska gå utifrån var hen är

- Behöver inte veta om nøllan hittar
- Känslig för att du missbedömmer var nøllan är (brus)
- Tar längre tid

Sammanfattning

- Poler & nollställen är direkt kopplade till ett systems överföringsfunktion
- Överföringsfunktionen beskriver systemet
- Vi kan ta reda på systemets beteende genom att titta på dem!
- Stegsvar beskriver systemets beteende när en konstant signal skickas in
- Utsignal är det vi vill styra
- Insignal är det vi kan styra
- Störning är det vi inte kan styra
- Det finns olika sätt att reglera ett system som har olika för- & nackdelar (öppen, framkoppling, återkoppling)