

Institutionen för Matematik, KTH
Olle Stormark

**5B1107 Differential- och integralkalkyl II, del 2
för F1, 6 poäng, vt 2002.**

Kurslitteratur: **Calculus** av Robert A. Adams (fourth edition).

Kursen omfattar följande delar av denna bok:

kapitel 8: avsnitten 2–5;

kapitel 11: avsnitten 1 och 3–5;

kapitel 12: hela;

kapitel 13: avsnitten 1–3 och avsnitt 5 till och med Ex. 3, sid. 805;

kapitel 14: avsnitten 1–6 och avsnitt 7 t.o.m. Ex. 1, sid. 866;

kapitel 15: avsnitten 1–4, avsnitt 5 t.o.m. Ex. 9, sid. 915, samt avsnitt 6;

kapitel 16: avsnitt 1 och avsnitten 3–5.

I del 1 av denna kurs tittade vi på reellvärda funktioner av *en* reell variabel:

$$\mathbb{R} \supset D \xrightarrow{f} \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = f(x),$$

där det alltså finns *en* oberoende variabel x och *en* beroende variabel y . I del 2—som populärt går under namnet ”flervariabeln”—låter vi antalet oberoende och beroende variabler vara godtyckligt, och får då istället

$$\mathbb{R}^n \supset D \xrightarrow{f} \mathbb{R}^m.$$

Till att börja med (i kapitlen **8** och **11**) studerar vi *kurvor* i planet eller i rummet, d.v.s. avbildningar

$$\mathbb{R} \supset D \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \text{respektive} \quad \mathbb{R} \supset D \rightarrow \mathbb{R}^3$$
$$t \mapsto (x(t), y(t)) \quad \quad \quad t \mapsto (x(t), y(t), z(t)),$$

med en oberoende variabel t och två eller tre beroende variabler.

I kapitlen **12–14** fortsätter vi sedan med att titta på reellvärda funktioner som beror på flera (för det mesta två eller tre) oberoende variabler som t.ex.

$$\begin{aligned}\mathbb{R}^2 \supset D &\xrightarrow{f} \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto z = f(x, y),\end{aligned}$$

och precis som i föregående del diskuterar vi vad som menas med att sådana funktioner är kontinuerliga och deriverbara, använder derivator för att bestämma maxima och minima, samt beräknar integraler.

Till slut—i kapitlen **15** och **16**—behandlas vektorfält, linjeintegraler, flödesintegraler och diverse integralsatser som generaliserar integralkalylens fundamentalsats från envariabelskursen.

På det stora hela taget är denna del en rättfram fortsättning av den föregående—så att du som förstått envariabeln ordentligt kommer inte att ha några större svårigheter här. Däremot leder det utökade variabelantalet till att stoffet blir mycket roligare.

Observera att det finns ett stort antal lösta exempel från kursboken på nätadressen

www.math.kth.se/~ekola/flervarre.html

och det förutsätts att *du själv* tar del av dessa. Om du vill ha ännu flera lösta exempel, så kan du dessutom titta på

www.math.kth.se/~bronek/Bok2/bok2.html .

Gamla **tentor** hittar du på

www.math.kth.se/~tranberg/5B1107.Extentor.html .

Kort sagt: Det finns gott om lösta exempel!

Undervisningen består av *föreläsningar* och *räknestugor*. Föreläsningarna innehåller både teori och problemlösning, medan det är meningen att du ska *räkna själv* på räknestugorna (t.ex. de tal som rekommenderas i planeringen nedan), med tillgång till en duktig lärare om du skulle köra fast på någon uppgift. Passa också på att fråga om de tal som du misslyckats med att lösa hemma.

Kursledare och föreläsare är Olle Stormark, som sitter i rum 3653 i Klocktornet Lindstedtsvägen 25, och har e-postadressen olles@math.kth.se .

Räknestugeledare är

för grupp 1 i Q11: Martin Bender, rum 3734, e-post bender@math.kth.se

för grupp 2 i Q12: Kirsti Mattila, rum 3637, e-post kirsti@math.kth.se

för grupp 3 i Q13: Joanna Nilsson, e-post f97-jni@f.kth.se

för grupp 4 i Q14: Erik Gyllensvärd, rum 3507, e-post erikg@math.kth.se

Dessutom har *Lasse Svensson* som vanligt en specialgrupp för de elever som är extra intresserade av matematik.

Kurssekreterare är Rose-Marie Jansson, rum 3527, med e-postadressen jansson@math.kth.se .

Under kursens gång ges det **två lappskrivningar**, som vardera ger maximalt 2 bonuspoäng. De senare får tillgodoräknas på den **ordinarie tentan** må 4/3 kl. 8–13 och på **omtentorna** i påsk (ons 10/4 kl. 8–13) och i augusti.

Lappskrivning 1 äger rum ons 30/1 kl. 10¹⁵–11⁰⁰, och omfattar kapitlen 8, 11, och 12.

Lappskrivning 2 äger rum ons 20/2 kl. 10¹⁵–11⁰⁰, och omfattar kapitlen 13, 14 och 15.

Synpunkter på kursen, läroboken, undervisningen, examinationen m.m. mottages tacksamt—*före* ordinarie tentan (för sedan är det lite sent, vilket många har svårt att förstå).

Anmärkning beträffande kursnamnet: Kursen i Differential- och integralkalkyl ges i två varianter, dels I=”lilla kursen” och dels II=”stora kursen”. Numera är det bara F som läser den ”stora kursen”, medan de flesta övriga ingångar läser de nya matematikkurserna Matematik 1, 2, Och då har det råkat bli så att de nya mattekurserna fått en lärobok som är mera avancerad än den som F läser. Nu är det naturligtvis alldeles utmärkt att man har kurser som inte är svårare än nödvändigt, men man bör vara medveten om att andra teknologer alltså läser en svårare bok än den som ingår i den så kallade ”stora kursen”.

PRELIMINÄR KURSPLANERING

vecka 3 8.2: Kurvor på parameterform. *Räknestugetal:* 1, 5, 13.

8.3: Tangenter och normaler. *Räknestugetal:* 1, 9, 13, 17.

8.4: Båglängder och rotationsareor. *Räknestugetal:* 1, 3, 11, 13.

- 8.5: Polära koordinater. *Räknestugetal*: 3, 9, 11, 13.
- 11.1: Vektorvärda funktioner av en variabel. *Räknestugetal*: 1, 3, 17.
- 11.3: Kurvor i rummet. *Räknestugetal*: 1, 5, 7, 13, 17.
- 11.4: Krökning, torsion och Frenetramen. *Räknestugetal*: 1, 7.
- 11.5: Dito för allmänna parametriseringar. *Räknestugetal*: 1, 3, 7.
- vecka 4** 12.1: Funktioner av flera variabler. *Räknestugetal*: 1, 3, 9, 11, 15, 17, 19, 23.
- 12.2: Gränsvärden och kontinuitet för funktioner av två variabler. *Räknestugetal*: 1, 3, 7, 13.
- 12.3: Partiella derivator, tangentplan och normaler. *Räknestugetal*: 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 23.
- 12.4: Derivator av högre ordning. *Räknestugetal*: 1, 5, 9, 11.
- 12.5: Kedjeregeln. *Räknestugetal*: 1, 3, 7, 9, 11, 17, 19.
- 12.6: Lineära approximationer, differentier och Jacobimatriser. *Räknestugetal*: 3, 5, 13, 15, 17.
- vecka 5** 12.7: Gradienter och riktningsderivator. *Räknestugetal*: 1, 7, 9, 11, 15, 19, 21.
- 12.8: Implicita funktionssatsen. *Räknestugetal*: 1, 3, 9, 15, 17, 23.
- 12.9: Taylorpolynom. *Räknestugetal*: 1, 7, 11.
- 13.1: Kritiska punkter, lokala max- och minvärden. *Räknestugetal*: 1, 3, 5, 7, 17, 21.
- 13.2: Globala max- och minvärden. *Räknestugetal*: 1, 3, 5, 7, 11.
- 13.3: Lagranges multiplikatormetod. *Räknestugetal*: 1, 3, 5, 9, 11, 19.
- 13.5: Derivation under integraltecknet—t.o.m. Ex. 3, sid. 805. *Räknestugetal*: 1, 5, 11.
- vecka 6** 14.1: Dubbelintegraler. *Räknestugetal*: 1, 13, 15, 17.
- 14.2: Upprepade enkelintegraler. *Räknestugetal*: 1, 5, 9, 15, 19, 21, 23.
- 14.3: Generaliserade integraler och medelvärdessatsen. *Räknestugetal*: 1, 3, 5.
- 14.4: Polära koordinater och variabelsubstitutioner. *Räknestugetal*: 1, 3, 7, 13, 17, 21, 23.
- vecka 7** 14.5: Trippelintegraler. *Räknestugetal*: 1, 5, 7, 15.
- 14.6: Variabelsubstitution samt cylinderkoordinater och sfäriska koordinater. *Räknestugetal*: 1, 3, 15, 25, 27.

- 14.7:** Areor av buktiga ytor—t.o.m. Ex. 1, sid. 866. *Räknestugetal:* 1, 3, 5.
- 15.1:** Vektor- och skalärfält. *Räknestugetal:* 1, 3, 9.
- 15.2:** Konservativa fält. *Räknestugetal:* 1, 3, 9.
- 15.3:** Båglängdsintegraler. *Räknestugetal:* 1, 3.
- 15.4:** Linjeintegraler. *Räknestugetal:* 1, 3, 5, 7, 15, 17, 19.
- vecka 8 15.5:** Ytor och ytintegraler—t.o.m. Ex. 9, sid. 915. *Räknestugetal:* 3, 7, 13.
- 15.6:** Flödesintegraler. *Räknestugetal:* 1, 3, 5, 7, 9.
- 16.1:** Gradient, divergens och rotation. *Räknestugetal:* 1, 3, 5, 7.
- 16.3:** Greens formel i planet. *Räknestugetal:* 1, 3, 5.
- vecka 9 16.4:** Divergenssatsen. *Räknestugetal:* 1, 3, 7, 13.
- 16.5:** Stokes sats. *Räknestugetal:* 1, 3, 5.

Lycka till med studierna!