1 Fixpunktsiterationer

1.1 Mål

Vi vill lösa en ekvation skriven på följande format.

$$x = f(x)$$

1.2 Strategi

Vi löser ekvationen genom att välja en startpunkt x_0 (som helst ska ligga nära den faktiska lösningen) och sedan beräkna nya punkter enligt följande uttryck.

$$x_i = f(x_{i-1}),\ \forall i \in 1, 2, 3, \ldots$$

När i ökar är vår förhoppning att x_i närmar sig ett bestämt värde, nämligen den faktiska lösningen till ekvationen.

1.3 Hur många iterationer ska vi köra?

Antalet iterationer beror främst på hur noggrannt svar vi vill ha. Genom att bestämma en toleransnivå, exempelvis TOL $= 10^{-16}$, kan vi avbryta iterationerna så fort vårt beräknade x förändras mindre än den givna toleransnivån. Med andra ord avbryter vi iterationen så fort följande är uppfyllt.

$$|x_i - x_{i-1}| \leq \text{TOL}$$

1.4 OBS: Metoden fungerar inte alltid

Metoden fungerar inte på alla ekvationer. För att metoden ska konvergera måste följande gälla.

$$\underbrace{f(f(f(f(\ldots f(\hat{x}_0)))))}_{\text{Many f}} \to x_0$$

I uttrycket ovan benämns den faktiska lösningen som x_0 och vår startgissning som $\hat{x}_0$.