

FRÅGOR ANGÅENDE ROTORT,

VARFÖR TILLHÖR DE DELAR AV REELLA AXELN, SOM HAR ETT UDDA ANTAL START- OCH ÄNDPUNKTER TILL HÖGER, ROTORTEN?

SVAR:

(FÖR REFERENS SE RESULTAT 3.2 PÅ SIDA 67, KURS-
BOKEN. NOTERA ATT RESULTATET ENDAST TITTAR PÅ
REELLA START- OCH ÄNDPUNKTER MEN ÄVEN ÄR
GILTIGT FÖR ALLA START- OCH ÄNDPUNKTER. (KOMPLERA
POLER KOMMER ALLTID UPPTRÄDA I PAR.)

ROTORTEN ÄR EN PLOT AV NOLLSTÄLLENA TILL

$$P(s) + KQ(s) = 0 \quad (1)$$

DÅ K VARIERAR. VI KAN SKRIVA OM (1) SOM

$$\frac{P(s)}{Q(s)} = -K \quad (2).$$

NOTERA ATT EFTERSOM $0 \leq K < \infty$ SÅ MÅSTE KVOTEN I
(2) ALLTID VARA NEGATIV.

LÅT p_1, \dots, p_n VARA RÖTTER TILL $P(s)$ OCH q_1, \dots, q_m VARA
RÖTTER TILL $Q(s)$. VI KAN NU SKRIVA OM KVOTEN I (2) SOM

$$\frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}{(s-q_1)(s-q_2)\dots(s-q_m)} \quad (3).$$

LÅT ALLA EVENTUELLA KOMPLEXKONJUGERANDE NOLLSTÄLLEN
SKRIVAS SOM ETT ANDRAGRADESPOLYNOM. VI KAN DÅ SKRIVA
OM (3) SOM

$$\frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s^2+\alpha_1s+\alpha_2)\dots}{(s-q_1)(s-q_2)\dots(s^2+\gamma_1s+\gamma_2)\dots} \quad (4)$$

DÄR Koefficienterna p_i, q_i, α_i OCH γ_i ÄR REELLA.

VI KOMMER NU ATT UTNYTTJA 3 SAKER:

- ① KVOTEN I (4) MÅSTE VARA NEGATIV FÖR ATT (2) SKA VARA UPPFYLLO FÖR $0 \leq K < \infty$.
- ② KVOTEN I (4) ÄR POSITIV FÖR STORA POSITIVA REELLA s . (ALLTSÅ, LÅNGT TILL HÖGER PÅ REELLA AXELN.)
- ③ FÖR ETT REELLT s SÅ KOMMER KVOTEN I (4) ATT BYTA TECKEN DÅ s PASSERAR EN START- ELLER ÄNDPUNKT (HÄR p_i ELLER q_i).

SÅ VI BÖRJAR MED REELLT $s \gg 0$ OCH RÖR OSS LÅNGS MED REELLA AXELN MOT $s \ll 0$.

* $s \gg 0$:

ENLIGT ② SÅ ÄR KVOTEN I (4) POSITIV. ENLIGT ① SÅ MÅSTE KVOTEN I (4) VARA NEGATIV FÖR ATT (2) SKA VARA UPPFYLLD FÖR $0 \leq k < \infty$.

FÖLJAKTLIGEN TILLHÖR $s \gg 0$ EJ ROTORTEN.

* LÅT s VARA SÅDANT ATT VI HAR PASSERAT EN REELL START- ELLER ÄNDPUNKT:

ENLIGT ③ SÅ BYTER KVOTEN I (4) TECKEN. DEN ÄR NU NEGATIV. ENLIGT ① SÅ MÅSTE KVOTEN I (4) VARA NEGATIV FÖR ATT (2) SKA VARA UPPFYLLD FÖR $0 \leq k < \infty$.

FÖLJAKTLIGEN TILLHÖR ALLA s MELLAN DEN FÖRSTA START- ELLER ÄNDPUNKT OCH DEN ANDRA ROTORTEN.

* LÅT s VARA SÅDANT ATT VI HAR PASSERAT YTERLIGARE EN START- ELLER ÄNDPUNKT:

ENLIGT ③ SÅ BYTER KVOTEN I (4) TECKEN. DEN ÄR NU POSITIV IGEN. ENLIGT ① SÅ MÅSTE KVOTEN I (4) VARA NEGATIV FÖR ATT (2) SKA VARA UPPFYLLD FÖR $0 \leq k < \infty$.

FÖLJAKTLIGEN TILLHÖR INGA s MELLAN DEN ANDRA START- ELLER ÄNDPUNKTEN OCH DEN TREDJE ROTORTEN.

o
o
o

PÅ DETTA SÄTT KOLLAR VI VILKEN DEL AV REELLA AXELN SOM TILLHÖR ROTORTEN, ÄNDÅ MED TILL $s \ll 0$.

▣ VARFÖR ÄR NOLLSTÄLLEN TILL $P(s)$ STARTPUNKTER?

SVAR:

(FÖR REFERENS SE STYCKET INNAN RESULTAT 3.1 PÅ
SIDA 66 I KURSBOKEN.)

ROTARTEN ÄRE EN PLOT AV NOLLSTÄLLEN TILL

$$P(s) + KQ(s) = 0 \quad (1)$$

DÅ K VARIERAR.

STARTPUNKTERNA FINNS DÄR $K=0$. OM $K=0$, (1)
SÅ FÅR VI

$$P(s) = 0.$$

FÖLJAKTLIGEN ÄR STARTPUNKTER NOLLSTÄLLEN TILL $P(s)$.

▣ VARFÖR ÄR NOLLSTÄLLEN TILL $Q(s)$ ÄNDPUNKTER?

SVAR:

(FÖR REFERENS, SE SAMMA SOM OVAN.)

VI KAN SKRIVA OM (1) SOM

$$\frac{P(s)}{Q(s)} = -K. \quad (2)$$

VI VET ATT FÖR DE s SOM TILLHÖR ROTARTEN SÅ ÄR
KVOTEN I (2) NEGATIV. (SE SIDA 1 & 2 I DESSA ANTECKNINGAR.)

ÄNDPUNKTER FINNS DÄR $K \rightarrow \infty$. OM $K \rightarrow \infty$, (2) SÅ
ÄR

$$Q(s) = 0.$$

FÖLJAKTLIGEN ÄR ÄNDPUNKTER NOLLSTÄLLEN TILL $Q(s)$.

■ VARFÖR ÄR K ENTYDIGT BESTÄMT?

SVAR:

ROTORTEN ÄR EN PLOT AV NOLLSTÄLLEN TILL

$$P(s) + KQ(s) = 0 \quad (1)$$

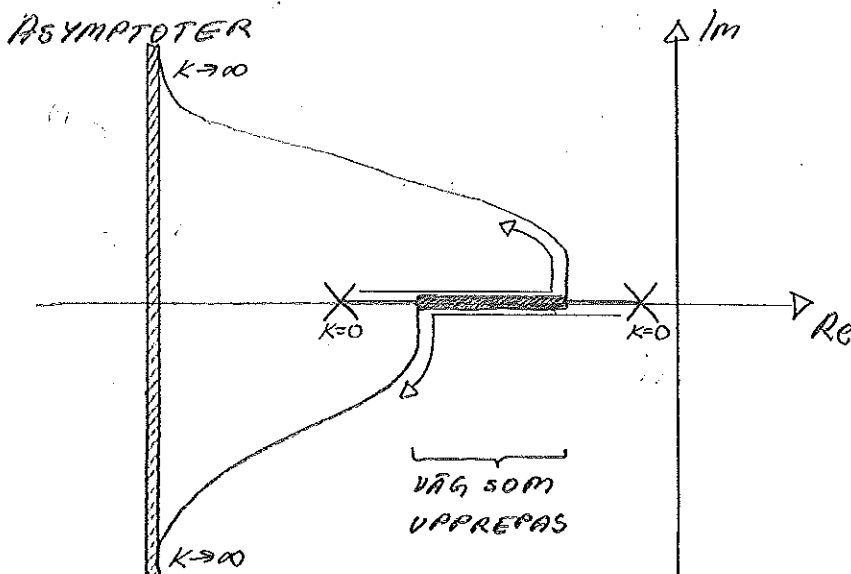
DÅ K VARIERAR.

VI SER FRÅN (1) ATT FÖR ETT VI SST s , SÅ KOMMER VI FÅ ETT VI SST K . ALLSÅ, K ÄR ENTYDIGT BESTÄMT AV (1).

DETTA INNERBÄR ATT EN POLS "VÄG" I ROTORTEN ED FÅR UPPREPAS AV EN ANNAN POLS "VÄG".

EXEMPEL

ANTAG ATT EN POLS "VÄG" FÅR UPPREPAS AV EN ANNAN POLS "VÄG". VAD INNERBÄR DETTA FÖR K ?



I BILDEN SÅ SER VI ATT FÖR VARJE s PÅ DEN DEL AV REELLA AXELN SOM UPPREPAS (shaded) FÅS TVÅ VÄRDEN PÅ K . DETTA MOTSTRIDER (1) SOM SÄGER ATT K ÄR ENTYDIGT BESTÄMT.

SLUTSATS: EN POLS "VÄG" I ROTORTEN FÅR ED UPPREPAS AV EN ANNAN POLS "VÄG".

(FÖR REFERENS SE FÖRSTA STYCKET PÅ SIDAN 68 I KURSBOKEN.)