FÖRRA GÅNGEN

- FREKVENSSVAR: $G(i\omega)$
- SINUSFUNKTION SOM INSIGNAL:

$$u \rightarrow \boxed{G} \rightarrow y$$

[ANTAG ATT G ÄR LTI SAMT ATT TRANSIENTERNA HAR FÖRSVUNNIT.]

$$u(t) = A\sin(\omega t) \Rightarrow y(t) = |G(i\omega)|\, A\sin(\omega t + \phi)$$

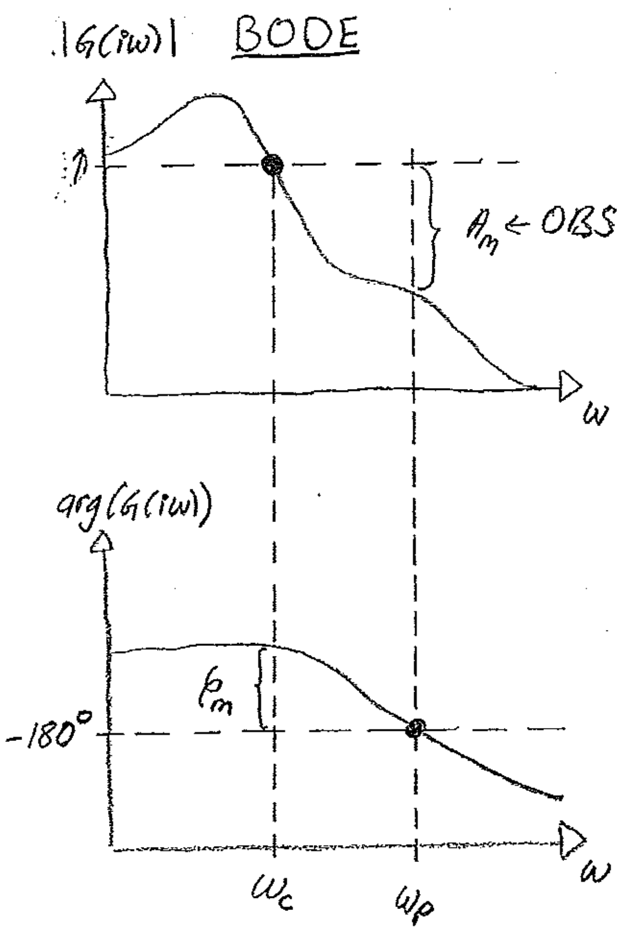
$$\phi = \arg(G(i\omega))$$

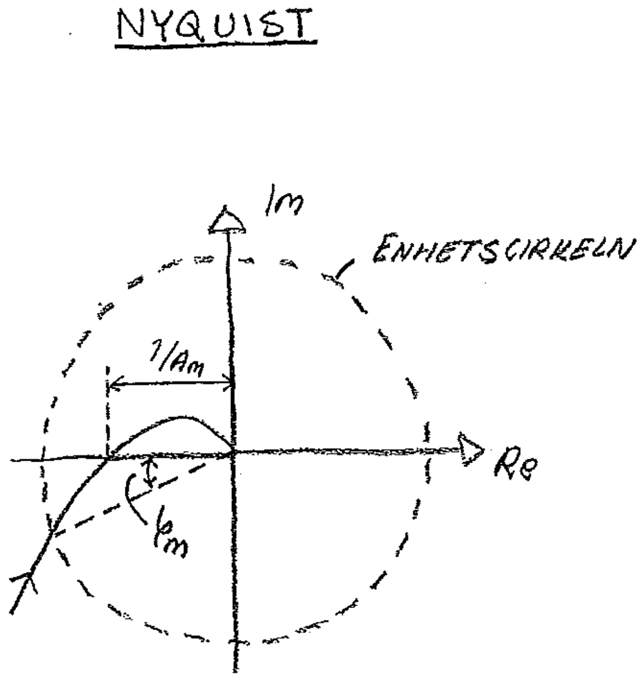
- BODEDIAGRAM:

TVÅ DIAGRAM: * $|G(i\omega)|$ - BELOPPSKURVA

* $\arg(G(i\omega))$ - FASKURVA

- SAMBAND MELLAN BODE DIAGRAM OCH NYQUISTKURVAN:

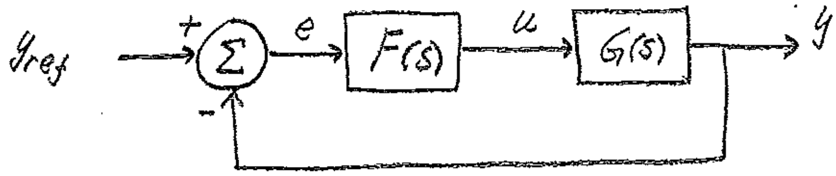




TEORI

LEAD-LAG-KOMPENSERING

DESIGNA REGULATOR MED HJÄLP AV BODEDIAGRAM.



ALLTSÅ, KONSTRUERA $F(s)$ SÅ ATT ÖNSKADE KRAV PÅ T.EX. SNABBHET OCH SVÄNGIGHET FÖR $G_c(s)$ UPPFYLLS.

BODE AV SLUTNA SYSTEMET

* BANDBREDD ω_B: $|G_c(i\omega_B)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sim \frac{1}{T_r}$

LÅGT $\omega_B \rightarrow$ LÅNGSAMT SYSTEM
HÖGT $\omega_B \rightarrow$ SNABBT SYSTEM

* RESONANSTOPP M_p: EN FÖRSTÄRKNINGSTOPP $\sim \frac{1}{\zeta}$

HÖGT $M_p \rightarrow$ DÅLIGT DÄMPAT SYSTEM
LÅGT $M_p \rightarrow$ BRA DÄMPAT SYSTEM

BODE AV ÖPPNA SYSTEMET

* SKÄRFREKVENS ω_c: $|G_0(i\omega_c)| = 1 \sim \frac{1}{T_r}$

LÅGT $\omega_c \rightarrow$ LÅNGSAMT SYSTEM
HÖGT $\omega_c \rightarrow$ SNABBT SYSTEM

* FASMARGINALEN φ_m: $\arg(G_0(i\omega_c)) - 180^\circ$

HÖGT $\varphi_m \rightarrow$ BRA DÄMPAT SYSTEM
LÅGT $\varphi_m \rightarrow$ DÅLIGT DÄMPAT SYSTEM

LEAD-LÄNK

- ANVÄNDS FÖR ATT FÅ RÄTT FASMARGINAL φ_m GENOM ATT HÖJA FASEN VID DEN ÖNSKADE SKÄRFREKVENSEN $\omega_{c,d}$.

- LEAD-LÄNKENS ÖVERFÖRINGSFUNKTION ÄR

$$F_{LEAD}(s) = K \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1}$$

  - K VÄLJS SÅ ATT $|F_{LEAD}\, G(i\omega_{c,d})| = 1$. ALLTSÅ, SÅ ATT DEN ÖNSKADE SKÄRFREKVENSEN BLIR DEN FAKTISKA SKÄRFREKVENSEN.

  - β AVGÖR HUR MYCKET MAN ÖKAR FASEN. DEN VÄLJS SÅ ATT MAN FÅR ÖNSKAD FASMARGINAL. VÄRDET PÅ β FÅS UR FIGUR 5.13.

  - τ_D AVGÖR VID VILKEN FREKVENS SOM FASEN ÖKAR MEST. VI VILL ATT DET SKA SKE VID DEN ÖNSKADE SKÄRFREKVENSEN.

    REGEL: $\tau_D = \dfrac{1}{\omega_{c,d}\sqrt{\beta}}$

LAG-LÄNK

- ANVÄNDS FÖR ATT MINSKA STATIONÄRA FEL GENOM ATT ÖKA FÖRSTÄRKNINGEN VID LÅGA FREKVENSER.

- LAG-LÄNKENS ÖVERFÖRINGSFUNKTION ÄR

$$F_{LAG}(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

  - γ VÄLJS SÅ ATT ÖNSKADE FELKOEFFICIENTER UPPNÅS. γ AVGÖR HUR STOR FÖRSTÄRKNINGEN VID $\omega = 0$ BLIR.

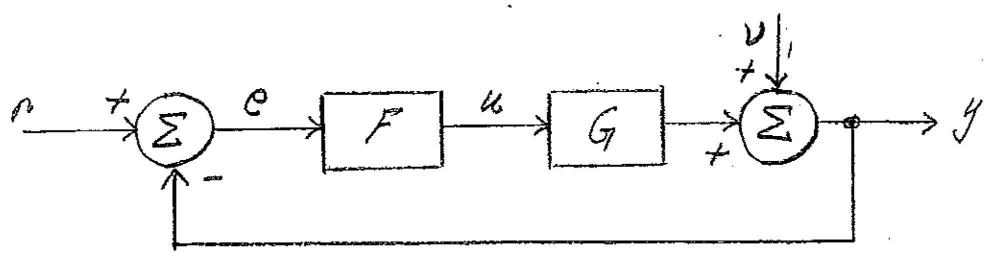
  - τ_I AVGÖR HUR LÅNGT UPP I FREKVENS SOM FÖRSTÄRKNINGSÖKNINGEN FRÅN γ FINNS KVAR.

    REGEL: $\tau_I = 10/\omega_c$

  - LAG-LÄNKEN FÖRSÄMRAR FASEN! KOMPENSERA FÖR DETTA I LEAD-LÄNKEN.

    REGEL: HÖJ FASEN MED YTTERLIGARE 5.7° OM LAG-LÄNK ANVÄNDS.

KÄNSLIGHETSFUNKTIONEN S(s)



- S(s) ÄR ÖVERFÖRINGSFUNKTIONEN FRÅN STÖRSIGNALEN v TILL UTSIGNALEN y.
- "GÅ" I BLOCKSCHEMAT:

$y = Gu + v$

$u = Fe$

$e = r - y$

$\Rightarrow y = GF(r-y) + v$

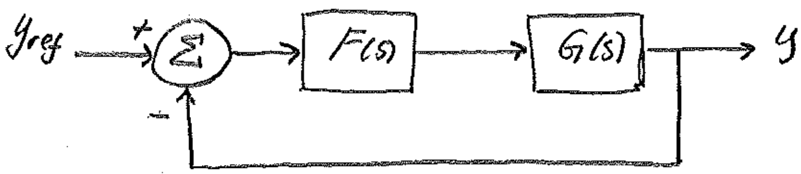
BRYT UT y $\Rightarrow y = \frac{GF}{1+GF} r + \frac{1}{1+GF} v$

SÄTT $r = 0 \Rightarrow y = \underbrace{\frac{1}{1+GF}}_{S(s)} v$

- S(s) KAN ÄVEN SKRIVAS SOM $\frac{1}{1+G_0}$.
- Om $|S(i\omega)| < 1$ SÅ UNDERTRYCKS STÖRNINGEN v. (FÖRSTÄRKNINGEN ÄR JU MINDRE ÄN 1.)

(5.10)

DET KOMPENSERADE SYSTEMET:



$G_0 = FG$

$G_c = \frac{G_0}{1+G_0}$

KRAV 1: $\varphi_m = 40°$

KOLLA FÖRST OM DET RÄCKER MED P-REGULATOR, OM INTE ANVÄND LEAD-LAG-LÄNK.

VET ATT: P-REGULATOR PÅVERKAR ENDAST $|G_0(i\omega)|$ OCH INTE $\arg(G_0(i\omega))$.

VILL ATT: $|G_0(i\omega_{c,d})| = 1$

$$\varphi_m = \arg(G_0(i\omega_{c,d})) - (-180°) = 40°$$

VILL HITTA: $\omega_{c,d}$ SÅ ATT $\varphi_m = 40°$.

$$\rightarrow \quad 40° = \varphi_m = \arg(G_0(i\omega_{c,d})) - (-180°) =$$

$$= \arg(FG(i\omega_{c,d})) - (-180°) =$$

$$= \arg\left(K\, G_1(i\omega_{c,d}) \frac{1}{i\omega_{c,d}}\right) + 180°$$

$$\rightarrow \quad -140° = \arg(K) + \arg(G_1(i\omega_{c,d})) - \arg(i\omega_{c,d}) \qquad (1)$$

$\arg(K) = 0°$ (VINKEL TILL POS. RE-AXELN)

$\arg(i\omega_{c,d}) = 90°$ (VINKEL TILL POS. IM-AXELN)

$I\ (1) \rightarrow \ -140° = \arg(G_1(i\omega_{c,d})) - 90°$

$\rightarrow -50° = \arg(G_1(i\omega_{c,d}))$

IDENTIFIERA $\omega_{c,d}$ I BODEPLOTTEN SOM DEN FREKVENSEN DÄR FASKURVAN ÄR −50°.

$\Rightarrow \ \omega_{c,d} = 0.5$ rad/s

FÖR ATT $\omega_{c,d}$ VERKLIGEN SKA BLI G_0:S SKÄRFREKVENS SÅ MÅSTE $|G_0(i\omega_{c,d})| = 1$.

VILL HITTA: K SÅ ATT $|G_0(i\omega_{c,d})| = 1$

$1 = |G_0(i\omega_{c,d})| = |KG(i\omega_{c,d})| = |KG_1(i\omega_{c,d})\frac{1}{i\omega_{c,d}}| =$

$= |K|\,|G_1(i\omega_{c,d})|\,\left|\frac{1}{\omega_{c,d}}\right| \quad (2)$

$\left|\frac{1}{\omega_{c,d}}\right| = \left|\frac{1}{0{,}5}\right| = 2$

$|G_1(i0{,}5)| = \{\text{UR FIGUR}\} = 0.12$

I $(2) \rightarrow 1 = |K| \cdot 0{,}12 \cdot 2 \Rightarrow K = 4{,}2$

$\Rightarrow$ KRAV 1 UPPFYLLT MED $K = 4{,}2$, DÅ ÄR NYA $\omega_c = 0{,}5$ rad/s.

KRAV 2: DUBBELT SÅ SNABBT

VET ATT: $\omega_c \sim \frac{1}{T_r}$ $\rightarrow$ DUBBELT SÅ SNABBT $\Leftrightarrow$ $\omega_{c,d} = 2\omega_c = 1$ rad/s

HAR NY ÖNSKAD SKÄRFREKVENS!

KOLL: ÄR $\varphi_m = 40°$ VID $\omega_{c,d} = 1$ rad/s?

$\varphi_m = \arg(G_0(i\omega_{c,d})) - (-180°) =$

$= \arg\left(G_1(i\omega_{c,d})\frac{1}{i\omega_{c,d}}\right) + 180° =$

$= \arg(G_1(i\omega_{c,d})) - \arg(i\omega_{c,d}) + 180° \quad (3)$

$\arg(G_1(i1)) = \{\text{UR FIGUR}\} = -105°$

$\arg(1i) = 90°$

I $(3) \rightarrow \varphi_m = -105° - 90° + 180° = -15°$

NEJ, VI MÅSTE LYFTA FASKURVAN MED $55°$ VID $\omega_{c,d} = 1$ rad/s.

OBS! FÖRHANDSINFO: KRAV 3 ÄR ETT KRAV PÅ FELET. FÖLJAKTLIGEN KRÄVS ÄVEN EN LAG-LÄNK. LAG-LÄNKEN SÄNKER FASEN MED $5{,}7°$.

VI MÅSTE LYFTA FASKURVAN MED $60{,}7°$ VID $\omega_{c,d} = 1$ rad/s.

$F_{LEAD}(s) = K\,\frac{\tau_D s + 1}{\beta\tau_D s + 1}$

β VÄLJS UR FIGUR PÅ SIDA 106: TABELLEN "TAR SLUT"!

VÄLJ ISTÄLLET TVÅ LEAD-LÄNKAR SOM VARDERA HÖJER MED $30{,}35°$.

$\beta = \{\text{UR FIGUR}\} = 0.35$

REGEL: $\tau_D = \dfrac{1}{\omega_{c,d}\sqrt{\beta}} = \dfrac{1}{1\sqrt{0.35}} = 1.69$

FÖR ATT $\omega_{c,d}$ VERKLIGEN SKA BLI G_0:S SKÄRFREKVENS SÅ MÅSTE $|G_0(i\omega_{c,d})| = 1$.

VILL HITTA: K SÅ ATT $|G_0(i\omega_{c,d})| = 1$. 3.74

$$1 = |G_0(i\omega_{c,d})| = |F_{LEAD}(i\omega_{c,d})\, F_{LEAD}(i\omega_{c,d})\, G_1(i\omega_{c,d})\, \frac{1}{i\omega_{c,d}}| =$$

$$= |F_{LEAD}(i\omega_{c,d})|^2\, |G_1(i\omega_{c,d})|\, \left|\frac{1}{\omega_{c,d}}\right| \quad (4)$$

$$|F_{LEAD}(i\omega_{c,d})|^2 = \{\text{BOKEN SIDA 106}\} = \left(\frac{K}{\sqrt{\beta}}\right)^2 = \frac{K^2}{\beta} = \frac{K^2}{0.35}$$

$$|G_1(i\omega_{c,d})| = |G_1(i1)| = \{\text{UR FIGUR}\} = 0.025$$

$$\left|\frac{1}{\omega_{c,d}}\right| = 1$$

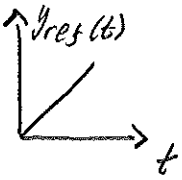
$$\text{I } (4) \rightarrow 1 = \frac{K^2}{0.35} \cdot 0.025 \rightarrow K = 3.74$$

$\Rightarrow$ KRAV 2 UPPFYLLT MED KOMP. LÄNK $3.74^2\left(\dfrac{1.69s+1}{0.35 \cdot 1.69s+1}\right)^2$.

KRAV 1 "NÄSTAN" UPPFYLLT. TOG I EXTRA 10 % KRAV 3.

KRAV 3: STATISKA FELET VID RAMP

RAMP:



$$y_{ref}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ At & t \geq 0 \end{cases}$$

$$Y_{ref}(s) = \frac{A}{s^2}$$

FELET:

$$E(s) = \frac{1}{1+F(s)G(s)}\, Y_{ref}(s)$$

LAG-LÄNK:

$$F_{lag}(s) = \frac{\tau_I s+1}{\tau_I s+\gamma}$$

SYSTEMET ÄR STABILT $\Rightarrow$ SLUTVÄRDESSATSEN

FÖR P-REGULATOR: $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s \dfrac{1}{1+KG(s)} \dfrac{A}{s^2} =$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{A}{1+KG_1(s)\frac{1}{s}} \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} \frac{sA}{s+KG_1(s)} \frac{1}{s} =$$

$$= \frac{A}{KG_1(0)} = \{\text{UR FIGUR}\} = \frac{A}{K\,0.03} = \{K = 4.2\} =$$

$$= 7.9A$$

FÖR LEAD-LAG: $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s \dfrac{1}{1+F_{lag}(s)\,F^2_{lead}(s)\,G_1(s)} \dfrac{A}{s^2}$ (5)

$$\lim_{s\to 0} F_{lag}(s) = \frac{1}{\gamma}$$

$$\lim_{s\to 0} F^2_{lead}(s) = K^2 \quad (=3{,}74^2)$$

$$\lim_{s\to 0} G_1(s) = 0{,}03$$

$$1\ (5) \rightarrow \lim_{s\to 0} \frac{\cancel{s}}{s+F_{lag}(s)\,F^2_{lead}(s)\,G_1(s)} \frac{A}{\cancel{s}} =$$

$$= \frac{A}{\frac{1}{\gamma} K^2\, 0{,}03} = \frac{\gamma A}{K^2 0{,}03} = \{K=3{,}74\} =$$

$$= 2{,}4\gamma A$$

KRAV: $7{,}9A \cdot \underbrace{0{,}01}_{1\%} = 2{,}4\gamma A \rightarrow \gamma = 0{,}033$

REGEL: $\tau_I = \dfrac{10}{\omega_{c,d}} = \dfrac{10}{1} = 10$

$\Rightarrow$ (ÄNTLIGEN!)

$$F(s) = F_{lead}^2(s)\, F_{lag}(s) = 3{,}74^2 \left(\frac{1{,}69s+1}{0{,}59s+1}\right)^2 \cdot \frac{10s+1}{10s+0{,}033}$$

KOLLA I [illegible] OM KRAVEN ÄR UPPFYLLDA.

OM INTE, DESIGNA OM!

(6.3)

- HITTA $G: V \to Y$

ALLTSÅ, KÄNSLIGHETSFUNKTIONEN $S(s)$

$$S(s) = \frac{1}{1+G_0(s)} \quad \text{(SE TEORIDEL)}$$

- VI VILL HITTA w DÄR $|Y(s)| > |V(s)|$ (STÖRNING FÖRSTÄRKS)

$$|Y(s)| = |S(s)\,V(s)| = |S(s)|\,|V(s)| = \frac{1}{|1+G_0(s)|}|V(s)|$$

$$\rightarrow \frac{1}{|1+G_0(s)|}|V(s)| > |V(s)|$$

$$\rightarrow \frac{1}{|1+G_0(s)|} > 1$$

$$\rightarrow 1 > \underbrace{|1+G_0(s)|}$$

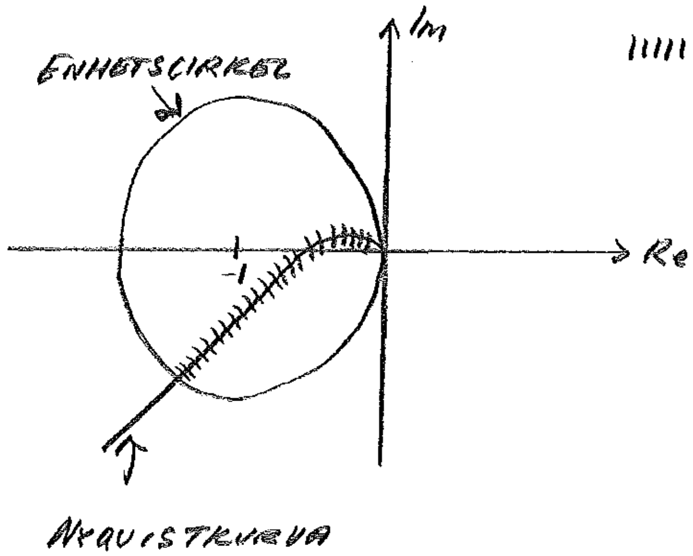
KAN TOLKAS SOM AVSTÅND FRÅN $G_0(s)$ TILL PUNKTEN -1.

$$\rightarrow |G_0(s)-(-1)| < 1$$

OM DETTA AVSTÅND ÄR <1 SÅ FÖRSTÄRKS STÖRNINGEN.

OM DETTA AVSTÅND ÄR >1 SÅ UNDERTRYCKS STÖRNINGEN.

SÅ, MOTSVARANDE w DÄR NYQUISTKURVAN LIGGER INNANFÖR ENHETSCIRKELN CENTRERAD KRING -1 GER FÖRSTÄRKNING AV STÖRNING.



||||| - STÖRNING FÖRSTÄRKS.