UPPGIFT 3.18

GIVET: DC-MOTOR: $\tau \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = u(t)$ (1)

$u(t) = K(r(t-T) - y(t-T))$. (2)

$\tau, T \geq 0$
K ÖKAS TILL SJÄLVSVÄNGNING
FREKVENS FÖR SJÄLVSVÄNGNING: $\omega = 1$.
K SATT TILL 33% AV SJÄLVSVÄNGNINGS VÄRDET.
SJÄLVSVÄNGNING UPPSTÅR IGEN MED $\omega = 0.5$, DETTA FÖR ATT T HAR BLIVIT T_1.

SÖKT: GÅR DET ATT BESTÄMMA τ, T, T_1? OM JA, GÖR DET.

LÖSNING:

▨ BESTÄM G:

$$\mathcal{L} \text{ på } (1): \quad s^2\tau Y(s) + sY(s) = U(s) \Rightarrow Y(s) = \underbrace{\frac{1}{s^2\tau + s}}_{G} U(s) \quad (3)$$

▨ BESTÄM G_0:

$$\mathcal{L} \text{ på } (2): \quad U(s) = K\underbrace{e^{-sT}}_{\text{ÖVERFÖRINGSFUNKTION AV TIDSFÖRSKJUTNING}} (R(s) - Y(s)) \quad (4)$$

$$(4), (3): \quad Y(s) = \underbrace{\frac{Ke^{-sT}}{s^2\tau + s}}_{G_0(s)} \underbrace{(R(s) - Y(s))}_{\text{REGLERFEL}}$$

▨ VI VET ATT ETT SYSTEM BÖRJAR OSCILLERA PÅ STABILITETSGRÄNSEN. ALLTSÅ DÄR $|G_0(i\omega)| = 1$ OCH $\arg(G_0(i\omega)) = -\pi$.

$$|G_0(i\omega)| = \left| \frac{Ke^{-i\omega T}}{-\omega^2\tau + i\omega} \right| = \frac{K}{\sqrt{\omega^4\tau^2 + \omega^2}} = 1 \quad (5)$$

$$\arg(G_0(i\omega)) = \arg\left(\frac{Ke^{-i\omega T}}{-\omega^2\tau + i\omega}\right) = \underbrace{\arg(K)}_{=0} + \underbrace{\arg(e^{-i\omega T})}_{=-\omega T} - \underbrace{\arg(-\omega^2\tau + i\omega)}_{=\pi - \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau}\right)} =$$

$$= -\omega T - \pi + \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau}\right) = \left\{ \begin{matrix} \arctan(x) = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(-\frac{1}{x}\right) & \text{OCH} & \arctan(-x) = -\arctan x \end{matrix} \right\} =$$

$$= -\omega T - \pi + \frac{\pi}{2} - \arctan(\omega\tau) = -\omega T - \frac{\pi}{2} - \arctan(\omega\tau) = -\pi \quad (6)$$

$$\omega = 1, \ (5) \rightarrow \frac{K}{\sqrt{\tau^2 + 1}} = 1 \quad (I)$$

$$\omega = 1, \ (6) \rightarrow -T - \pi/2 - \arctan(\tau) = -\pi \quad (II)$$

$$K_1 = \tfrac{1}{3}K \text{ OCH } \omega = 0.5, \ (5) \rightarrow \frac{\frac{1}{3}K}{\sqrt{\frac{\tau}{16} + \frac{1}{4}}} = \frac{\frac{4}{3}K}{\sqrt{\tau + 4}} = 1 \quad (III)$$

$$K_1 = \tfrac{1}{3}K \text{ OCH } \omega = 0.5, \ (6) \rightarrow -\frac{T_1}{2} - \pi/2 - \arctan(\tau/2) = -\pi \quad (IV)$$

FRÅN EKVATION (I)-(IV) SÅ KAN VI BERÄKNA
τ, T OCH T_1. SE. FACIT.