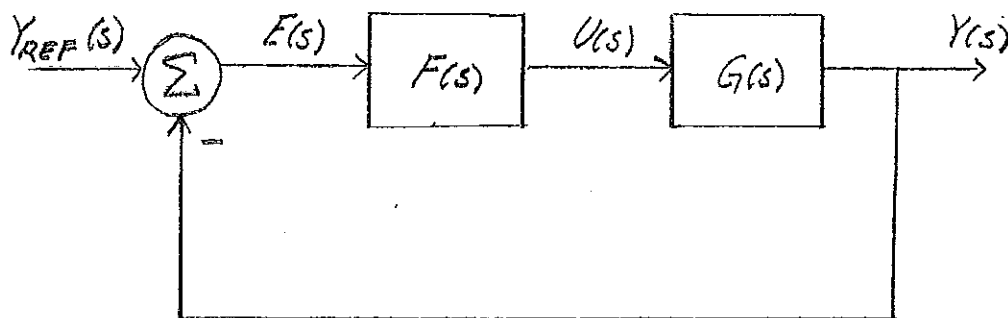


FÖRRA GÅNGEN

■ ÅTERKOPPLADE SYSTEM:



REGLERPELET, $E(s)$: $E(s) = Y_{REF}(s) - Y(s)$

REGULATORN, $F(s)$: BASERAT PÅ $E(s)$ SÅ GER $F(s)$ EN LÄMPLIG INSIGNAL $U(s)$.

■ ÖPPNA SYSTEMET (KRETSFÖRSTÄRKNING):

$$G_0(s) = G(s) F(s)$$

■ SLUTNA SYSTEMET:

$$G_c(s) = \frac{G(s) F(s)}{1 + G(s) F(s)} = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)}$$

■ PID-REGULATOR:

$$F_{PID}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + sK_D$$

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

RELATIV DÄMPNING (SIDA 37)

OBS! DETTA GÄLLER FÖR 2: A DRIVNINGENS SYSTEM UTAN NOLLSTÄLLEN.

SYSTEM: $G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b}$. STABILT SYSTEM OM $b > 0$ OCH $a > 0$.
(ROUTHS ALGORITM SIDA 45.)

VARIABELBYTE: $\omega_0 = \sqrt{b}$ OCH $\zeta = \frac{a}{2\sqrt{b}}$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

POLER: POLERNA ÄR DE S DÄR NÄMNAREN TILL $G(s)$ ÄR 0.

$$pq \rightarrow s = -\omega_0 \zeta \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

OM $\zeta < 1$ SÅ HAR $G(s)$ KOMPLEXA POLER.

$$\text{LÄMPLIGARE FORM: } s = -\omega_0 \zeta \pm i\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

ω_0 : ω_0 ÄR AVSTÅNDET FRÅN POLERNA TILL ORIGO.

$$\begin{aligned} \text{AVSTÅNDET} &= |s - 0| = |- \omega_0 \zeta \pm i \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}| = \\ &\text{ORIGO } \downarrow \\ &= \sqrt{(\omega_0 \zeta)^2 + (\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2})^2} = \\ &= \sqrt{(\omega_0 \zeta)^2 + \omega_0^2 - (\omega_0 \zeta)^2} = \\ &= \sqrt{\omega_0^2} = |\omega_0| = \{ \omega_0 > 0 \} = \omega_0 \end{aligned}$$

ω_0 ÄR REN TIOSSKALNING AV SYSTEMET:

STÖRRE $\omega_0 \rightarrow$ STÖRRE AVSTÅND TILL 0 \rightarrow SNABBARE SYS.
MINDRE $\omega_0 \rightarrow$ MINDRE AVSTÅND TILL 0 \rightarrow LÅNGSAMMARE SYS.

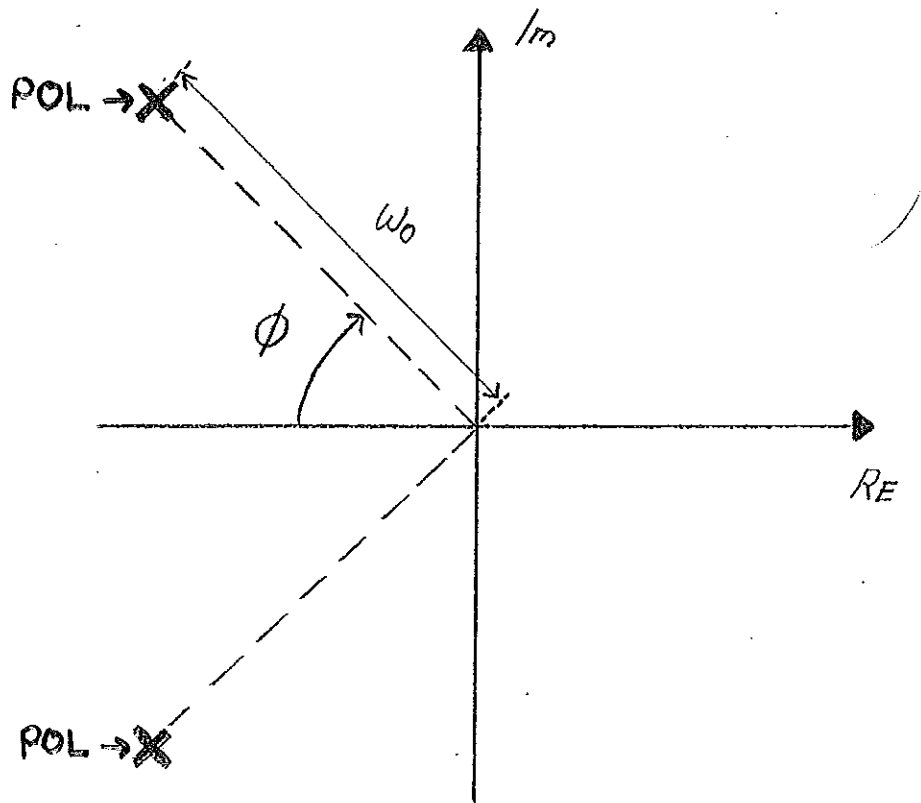
ζ : ζ KALLAS RELATIV DÄMPNING

$$\zeta = \cos(\phi), \text{ FÅS FRÅN STEG SVARET.}$$

ζ GER STEG SVARETS KVALITATIVA DÄMPNING:

STÖRRE $\zeta \rightarrow$ MINDRE $\phi \rightarrow$ MINDRE $\frac{|IM-DEL|}{|RE-DEL|} \rightarrow$ BÄTTRE DÄMPAT
MINDRE $\zeta \rightarrow$ STÖRRE $\phi \rightarrow$ STÖRRE $\frac{|IM-DEL|}{|RE-DEL|} \rightarrow$ SÄMRE DÄMPAT

RELATIV DAMPING (SIDA 37)



ROTORT (SIDA 65-73 I KURSBOK.)

PLOTT AV POLERNAS LÄGEN SOM FUNKTION AV EN PARAMETER, HÄR KALLAD K .

OBS! TITAR PÅ SLUTNA SYSTEMET $G_c(s)$.

HUR MAN RITAR ROTORT.

- ① TA FRAM $G_c(s)$.
- ② IDENTIFIERA $P(s)$ OCH $Q(s)$.
→ SKRIV NÄMNARETV TILL $G_c(s)$ PÅ FORMEN $P(s) + KQ(s)$.
OBS! GRADEN PÅ $P(s)$, n , SKA VARA STÖRRE ÄN ELLER LIKA MED GRADEN PÅ $Q(s)$, m . ALLTSÅ, $n \geq m$.
- ③ HITTA STARTPUNKTER.
→ $K=0 \Leftrightarrow P(s)=0$. DE s DÄR $P(s)=0$ ÄR STARTPUNKTER. DET FINNS n STARTPUNKTER.
- ④ HITTA ÄNDPUNKTER.
→ $K \rightarrow \infty \Leftrightarrow Q(s)=0$. DE s DÄR $Q(s)=0$ ÄR ÄNDPUNKTER. DET FINNS m ÄNDPUNKTER.
- ⑤ HITTA ANTAL ASYMPTOTER.
→ ANTALLET = $n-m$
- ⑥ HITTA SKÄRNINGSPUNKT.
→ SKÄRNINGSPUNKT = $\frac{1}{n-m} (\sum \text{STARTPUNKTER} - \sum \text{ÄNDPUNKTER})$
- ⑦ HITTA RIKTNINGAR.
→ RIKTNINGAR = $\frac{\sigma_k}{n-m} + 2k \frac{\sigma_k}{n-m}$, $k=0, 1, 2, \dots, (n-m-1)$
- ⑧ HITTA EVENTUELL SKÄRNING MED Im -AXELN.
→ SÄTT IN $s = i\omega$, $P(s) + KQ(s) = 0$. LÖS EKVATIONEN FÖR REELLA VÄRDEN PÅ ω OCH $K \geq 0$.
- ⑨ HITTA DE DELAR AV Re -AXELN SOM TILLHÖR ROTORTEN.
→ DE DELAR AV Re -AXELN SOM HAR ETT UDDA ANTAL START- OCH ÄNDPUNKTER TILLHÖRER TILLHÖR ROTORTEN.
- ⑩ RITA ROTORTEN.

$$3.6a \quad G_0(s) = \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+3)}$$

▣ RITA ROTORT:

1 Hitta $G_c(s)$. "GÅ" i BLOCKSCHEMAT: $Y(s) = G_0(s) U(s)$ ↗
 $U(s) = Y_{REF}(s) - Y(s)$
 $\Rightarrow Y(s) = G_0(s) (Y_{REF}(s) - Y(s))$
 BRYT UT $Y(s) \Rightarrow Y(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} Y_{REF}(s)$
 $G_c(s)$

$$G_0(s) = \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+3)} \Rightarrow G_c(s) = \frac{K(s+2)}{\frac{s(s+1)(s+3)}{1 + \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+3)}}$$

2 IDENTIFIERA $P(s)$ OCH $Q(s)$.

$$G_c(s) = \{ \text{FÖRENKLING} \} = \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+3) + K(s+2)}$$

$$\Rightarrow P(s) = s(s+1)(s+3) = s(s^2 + 4s + 3) = s^3 + 4s^2 + 3s, \quad n = 3$$

$$\Rightarrow Q(s) = s+2, \quad m = 1$$

KONTROLL: ÄR $n \geq m$? $3 \geq 1$ OK!

3 Hitta STARTPUNKTER.

$$K=0 \Leftrightarrow P(s) = 0.$$

$P(s)$ ÄR 3:RE GRAD. \rightarrow GISSA EN ROT, ANVÄND PÅ FÖR ATT Hitta RESTERANDE TVÅ RÖTER.

$$s_1 = 0$$

$$s^2 + 4s + 3 = 0 \Rightarrow s = -2 \pm \sqrt{4-3} = -2 \pm 1 = -2 \pm 1 \Rightarrow s_2 = -1, s_3 = -3$$

4 Hitta ÄNDPUNKTER.

$$K \rightarrow \infty \Leftrightarrow Q(s) = 0, \quad Q(s) = s+2 = 0 \Rightarrow s = -2$$

5 Hitta ANTAL ASYMPTOTER.

$$\# = n - m = 3 - 1 = 2$$

6 Hitta SKÄRVINGSPUNKT.

$$\text{SKÄR. PUNKT} = \frac{1}{n-m} (\sum \text{STARTA} - \sum \text{ÄNDP.}) = \frac{1}{3-1} (0 + (-1) + (-3) - (-2)) =$$

$$= \frac{1}{2} (-4 + 2) = \frac{-2}{2} = -1$$

7 Hitta riktningar.

$$\text{RIKT.} = \frac{\pi}{n-m} + 2k \frac{\pi}{n-m}, \quad k=0, 1, 2, \dots, (n-m-1)$$

$$n-m-1 = 3-1-1 = 1 \rightarrow k \text{ \u00c4r endast } 0 \text{ och } 1$$

$$\text{RIKT.} = \frac{\pi}{3-1} = \frac{\pi}{2} \quad \text{och} \quad \text{RIKT.} = \frac{\pi}{3-1} + \frac{2\pi}{3-1} = \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$$

8 Hitta ev. sk\u00e4rning med Im-axeln.

$$P(s) + KQ(s) = 0 \rightarrow s^3 + 4s^2 + 3s + Ks + 2K = 0$$

$$s = iw \rightarrow -iw^3 + 4(-1)w^2 + 3iw + Kiw + 2K = 0$$

DELA UPP I Im-DEL OCH RE-DEL:

$$\text{Im-DEL: } -w^3 + 3w + Kw = 0$$

$$\text{RE-DEL: } -4w^2 + 2K = 0$$

$$\text{Im-DEL} \rightarrow w(-w^2 + 3 + K) = 0 \quad \text{ALT.} \quad \begin{aligned} w &= 0 \\ w &= \sqrt{3+K} \\ w &= -\sqrt{3+K} \end{aligned}$$

$$\text{RE-DEL} \rightarrow w^2 = \frac{K}{2} \quad \text{ALT.} \quad \begin{aligned} w &= \sqrt{K/2} \\ w &= -\sqrt{K/2} \end{aligned}$$

• $w=0 \rightarrow K=0$ OK, $K \geq 0$.

• $w = \sqrt{3+K} \rightarrow \sqrt{3+K} = \sqrt{K/2} \rightarrow 3+K = K/2 \rightarrow 6+3K = K$
 $\rightarrow 6 = -2K \rightarrow K = \frac{6}{-2} = -3$ E\u00d0 OK, $K < 0$.

• SAMMA SAK F\u00d6R -.

\u2192 SK\u00c4RNINGSPUNKT I ORIGO ($w=0$).

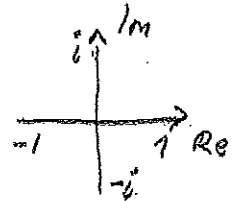
9 Hitta del av rotort.

RITA PLANET OCH START/\u00c4ND-PUNKTER. IDENTIFIERA SEDAN VILKEN DEL SOM SKA VARA MED.

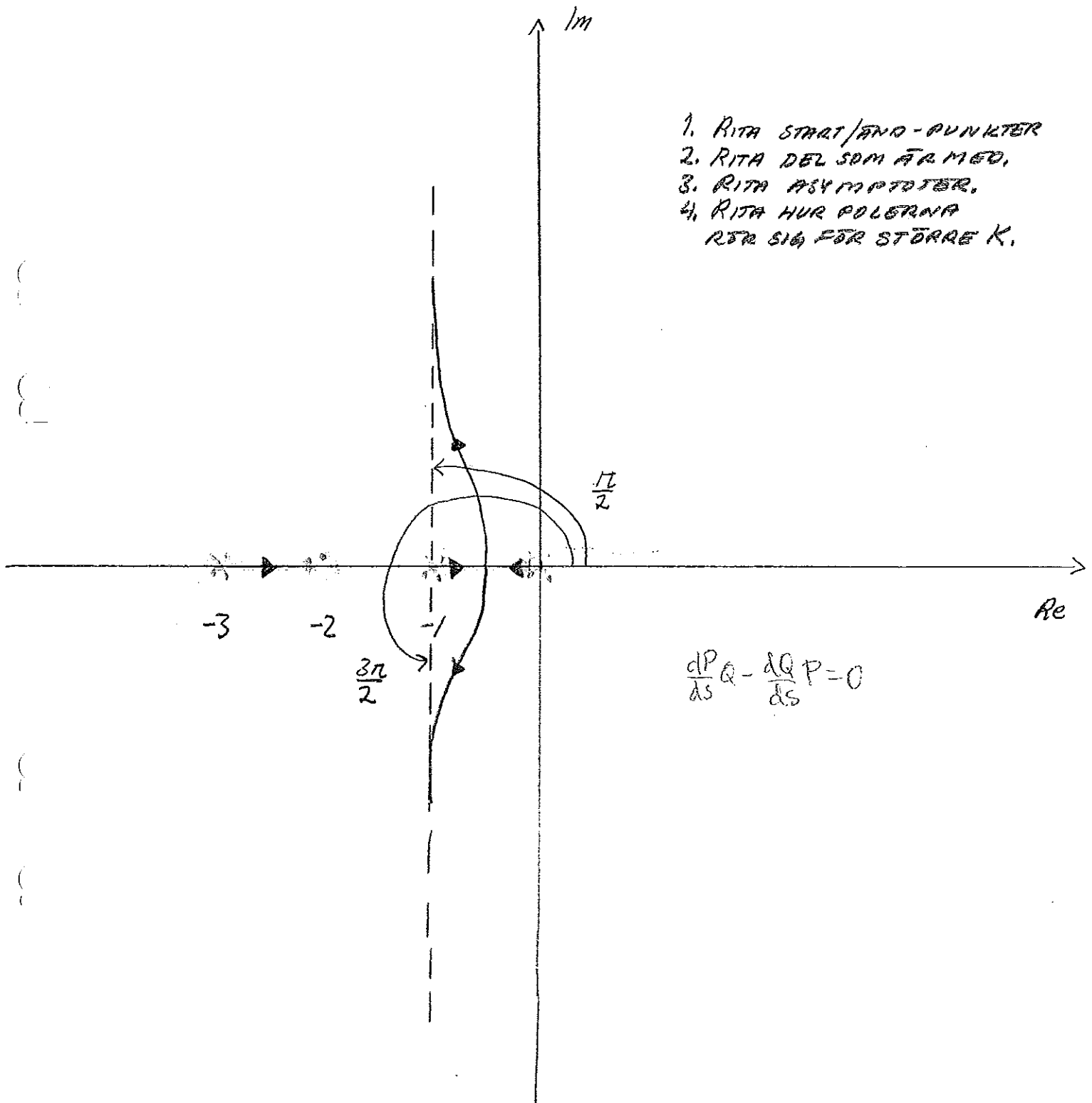
10 RITA ROTORTEN.

SVAR: POLERNA LIGGER STRIKT I VHP F\u00d6R $K > 0 \rightarrow$ SYSTEMET STABILT F\u00d6R $K > 0$.

F\u00d6R SM\u00c5 K HAR VI INGA KOMPLEXA POLER \rightarrow INGA SVANG.
F\u00d6R \u00d6KANDE K S\u00c5 \u00d6KAR SNABBHETEN.
EFTER EN VISST K S\u00c5 KOMMER SYSTEMET \u00d6SILLERA MER OCH MER.

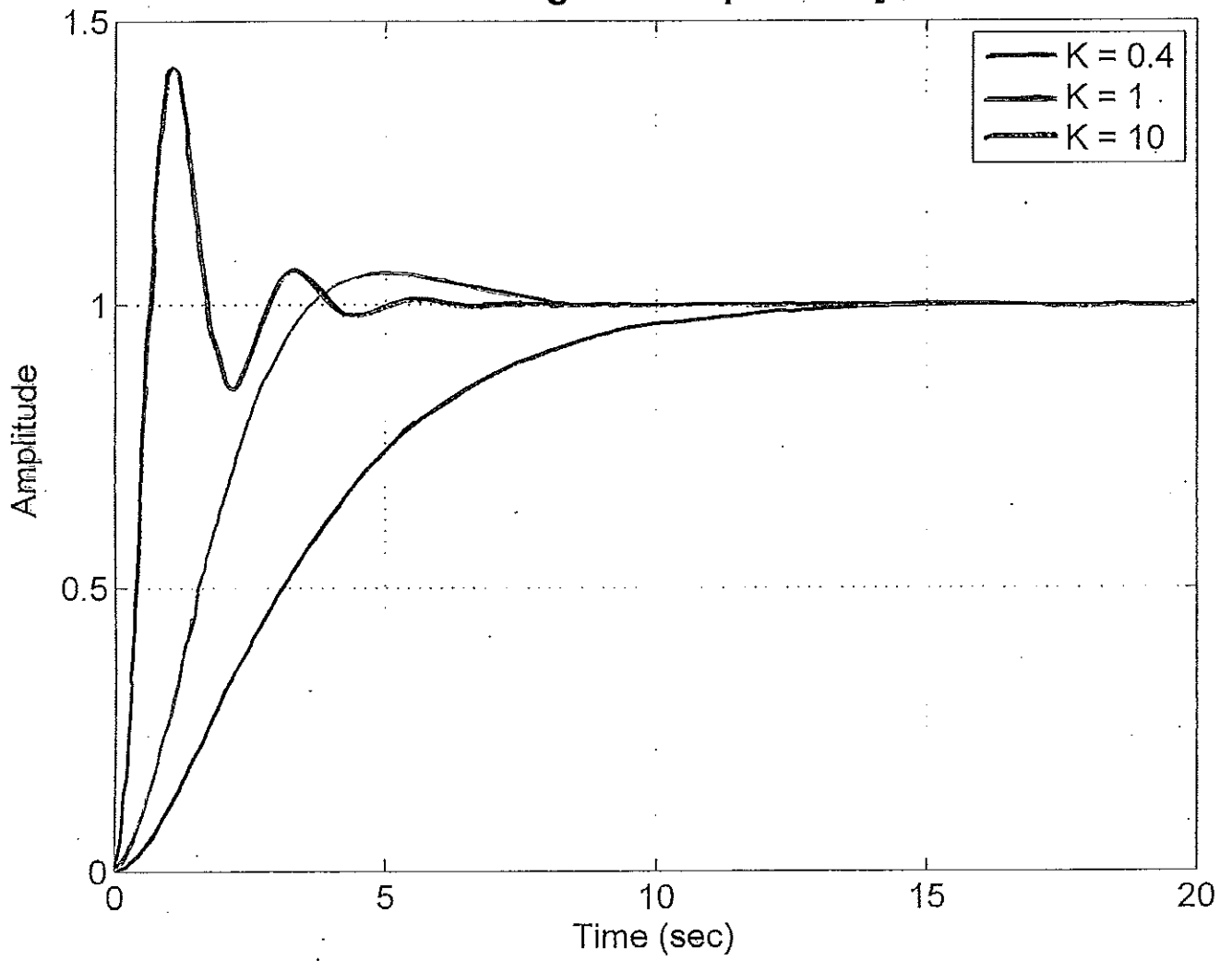


1. RITA START/ÄND-PUNKTER
2. RITA DEL SOM ÄR MED,
3. RITA ASYMPTOTER,
4. RITA HUR POLERNA RÖR SIG FÖR STÖRRE K.



$$\frac{dP}{ds}Q - \frac{dQ}{ds}P = 0$$

3.6a: Stegsvär för pariserhjul



3.7 ■ TAR FÖRST FRAM G_C FÖR ALLA K OCH α . ($\Theta_{ref} \rightarrow \ominus$)

"GÅR" I BLOCKSCHEMAT:

$$\Theta(s) = \frac{1}{s} \dot{\Theta}(s)$$

$$\dot{\Theta}(s) = \frac{2}{1+0.5s} U(s)$$

$$U(s) = K(E(s) - \alpha \dot{\Theta}(s))$$

$$E(s) = \Theta_{ref}(s) - \Theta(s)$$

$$\dot{\Theta}(s) = \frac{2K}{1+0.5s} [\Theta_{ref}(s) - \Theta(s) + \alpha \dot{\Theta}(s)]$$

BRYT UT $\dot{\Theta}(s)$: $\dot{\Theta}(s) = \frac{2K}{1+0.5s} \Theta_{ref}(s) - \frac{2K}{1+\alpha 2K} \frac{\Theta(s)}{1+0.5s} =$

$$= \frac{2K}{1+2K\alpha+0.5s} \Theta_{ref}(s) - \frac{2K}{1+2K\alpha+0.5s} \Theta(s)$$

SÄTT IN I $\Theta(s) = \frac{1}{s} \dot{\Theta}(s)$:

$$\Theta(s) = \frac{2K}{s(1+2K\alpha+0.5s)} \Theta_{ref}(s) - \frac{2K}{s(1+2K\alpha+0.5s)} \Theta(s)$$

BRYT UT $\Theta(s)$: $\Theta(s) = \frac{2K}{s(1+2K\alpha+0.5s)} \Theta_{ref}(s) =$

$$= \frac{2K}{2K + s(1+2K\alpha) + 0.5s^2} \Theta_{ref}(s) = \frac{2K}{G_C(s)} \Theta_{ref}(s)$$

■ BEROA MED α . $K \geq 0$ OCH $\alpha = 0$.

1. Hitta G_C . $G_C(s) = \frac{2K}{2K + s + 0.5s^2}$

2. Hitta $P(s)$ & $Q(s)$.

NÄMNAVAREN: $2K + s + 0.5s^2 = P(s) + KQ(s) \rightarrow P(s) = s + 0.5s^2$
 $Q(s) = 2$

KOLL: $\text{grad}(P(s)) = n = 2$ $n \geq m, 2 \geq 0$ OK!
 $\text{grad}(Q(s)) = m = 0$

3 Hitta startpunkter.

$$K=0 \Leftrightarrow P(s)=0, \quad P(s) = s + 0,5s^2 = 0 \rightarrow s(1+0,5s) = 0 \\ \rightarrow s_1 = 0, \quad s_2 = -2$$

4 Hitta ändpunkter.

$$K \rightarrow \infty \Leftrightarrow Q(s) \rightarrow 0, \quad Q(s) = 2 \neq 0 \rightarrow \text{SAKNAR ÄNDPUNKTER.}$$

5 Hitta antal asymptoter.

$$\# = n - m = 2 - 0 = 2$$

6 Hitta skärningspunkt.

$$S. \text{ punkt} = \frac{1}{n-m} (\sum \text{STARTP.} - \sum \text{ÄNDP.}) = \frac{1}{2} (0 - 2) = -1$$

7 Hitta riktningar.

$$\text{RIKT.} = \frac{\pi}{n-m} + \frac{2k\pi}{n-m}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-m-1$$

$$n-m-1 = 2-0-1 = 1 \rightarrow k = 0, 1$$

$$\text{RIKT.} = \frac{\pi}{2-0} = \frac{\pi}{2} \quad \text{OCH} \quad \text{RIKT.} = \frac{\pi}{2-0} + \frac{2\pi}{2-0} = \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$$

8 Hitta ev. skärning med Im-axeln.

$$P(s) + KQ(s) = 0 \rightarrow 2K + s + 0,5s^2 = 0$$

$$s = iw \rightarrow 2K + iw - 0,5w^2 = 0$$

$$\text{Im-del: } w = 0$$

$$\text{Re-del: } 2K - 0,5w^2 = 0 \rightarrow w = \pm \sqrt{4K} = \pm 2\sqrt{K}$$

$$w = 0 \rightarrow K = 0 \quad \text{OK, } K \geq 0, \quad w \text{ REellt}$$

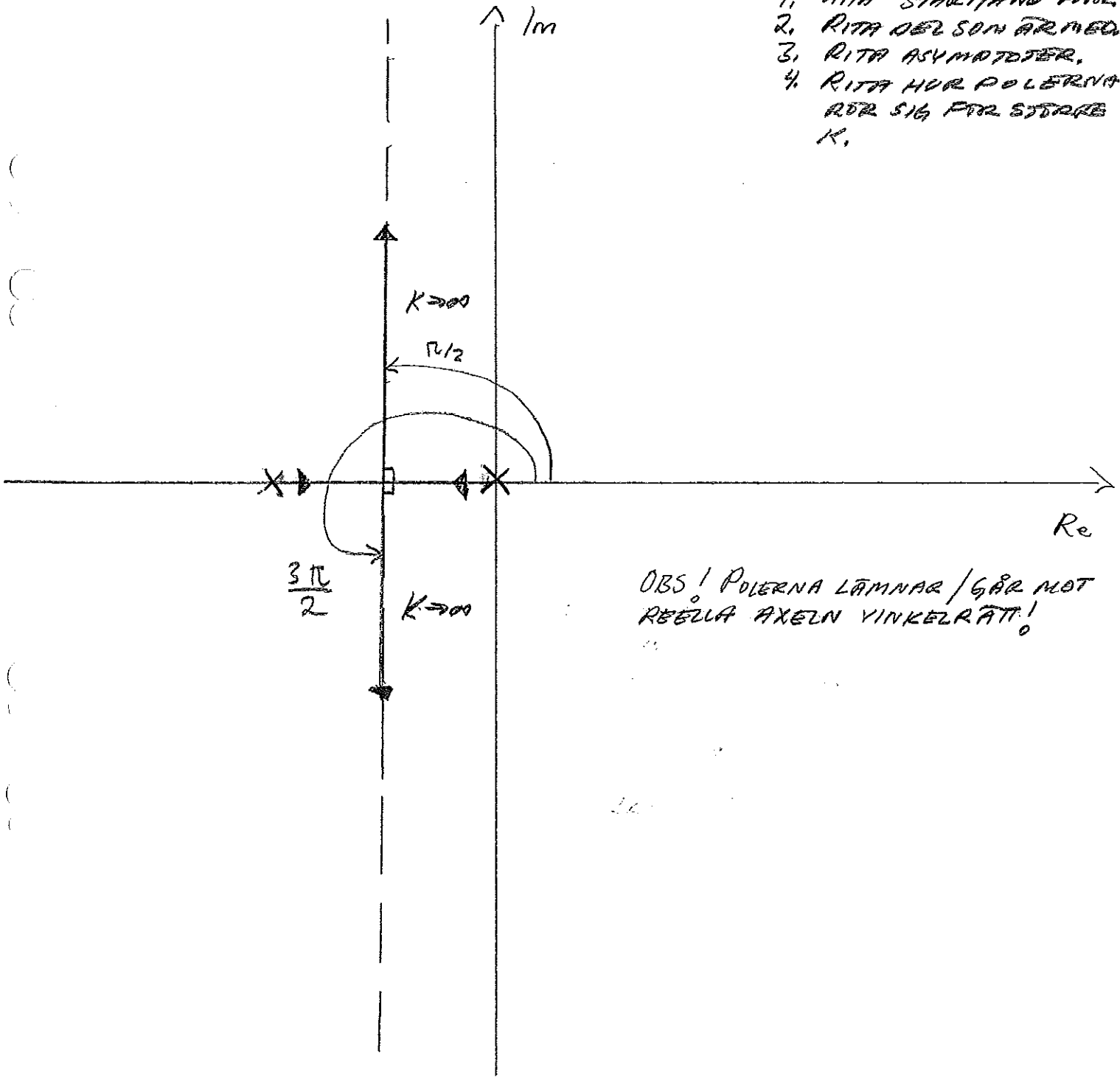
\Rightarrow Skärningspunkt i origo. ($w = 0$)

9 Hitta del av rotort.

Rita planet och start/ändpunkter. Identifiera sedan vilken del som ska vara med.

10 Rita rotorten.

1. RITA START/ÄND-PUNK
2. RITA DEL SOM ÄR MED
3. RITA ASYMPTOTER,
4. RITA HUR POLERNA RÖR SIG FÖR STÖRRE K.



OBS! POLERNA LÄMNAS / GÅR MOT REELLA AXELN VINKELRÄTT!

b. $K=1, \alpha \geq 0$.

1. Hitta $G(s)$. $G(s) = \frac{2}{2 + s(1+2\alpha) + 0.5s^2}$

2. Hitta $P(s)$ & $Q(s)$.

NÄMNAREN: $2 + s(1+2\alpha) + 0.5s^2 = 2 + s + 2\alpha s + 0.5s^2 = P(s) + KQ(s)$

$K = \alpha \rightarrow$

$P(s) = 2 + s + 0.5s^2, Q(s) = 2s$

KOLL: $\text{grad}(P(s)) = n = 2 \quad n \geq m, 2 \geq 1$ OK!
 $\text{grad}(Q(s)) = m = 1$

3. Hitta startpunkter.

$K=0 \Leftrightarrow P(s)=0, P(s) = 2 + s + 0.5s^2 = 0 \quad s^2 + 2s + 4$

$p_{2,1} = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm i\sqrt{3}$

$s_1 = -1 + i\sqrt{3}, s_2 = -1 - i\sqrt{3}$

4. Hitta ändpunkter.

$K \rightarrow \infty \Leftrightarrow Q(s) \rightarrow 0, Q(s) = 2s = 0 \rightarrow s_1 = 0$

5. Hitta antal asymptoter.

$\# = n - m = 2 - 1 = 1$

6. Hitta skärningspunkt.

S.PUNKT = $\frac{1}{n-m} (\sum \text{STARTP.} - \sum \text{ÄNDP.}) = \frac{1}{2-1} (-1 + i\sqrt{3} - 1 - i\sqrt{3} - 0) =$

$= -2$

BEHÖVER EJ RÄKNAS I D.M. RIKT, I STEG 7
ÄR π , SÅLEDES KOMMER ASYMPTOTEN
LIGGA PÅ REELLA AXELN & INTE HA NÅN
SKÄRNINGSPUNKT MED REELLA AXELN.

7. Hitta riktningar.

RIKT. = $\frac{\pi}{n-m} + \frac{2k\pi}{n-m}, k = 0, 1, 2, \dots, n-m-1$

$n-m-1 = 2-1-1 = 0 \rightarrow k=0$

RIKT. = $\frac{\pi}{2-1} = \pi$

8. Hitta ev. skärning med Im -axeln.

$P(s) + \alpha Q(s) = 0 \rightarrow 2 + s + 2\alpha s + 0.5s^2 = 0$

$s = i\omega \rightarrow 2 + i\omega + 2\alpha i\omega - 0.5\omega^2 = 0$

$$\text{Im-DEL: } w + 2\alpha w = 0 \rightarrow w = 0 \text{ ELLER } \alpha = -0,5$$

$$\text{RE-DEL: } 2 - 0,5w^2 = 0 \rightarrow w = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$\Rightarrow \alpha = -0,5$ NOT OK! SINCE $\alpha < 0$.

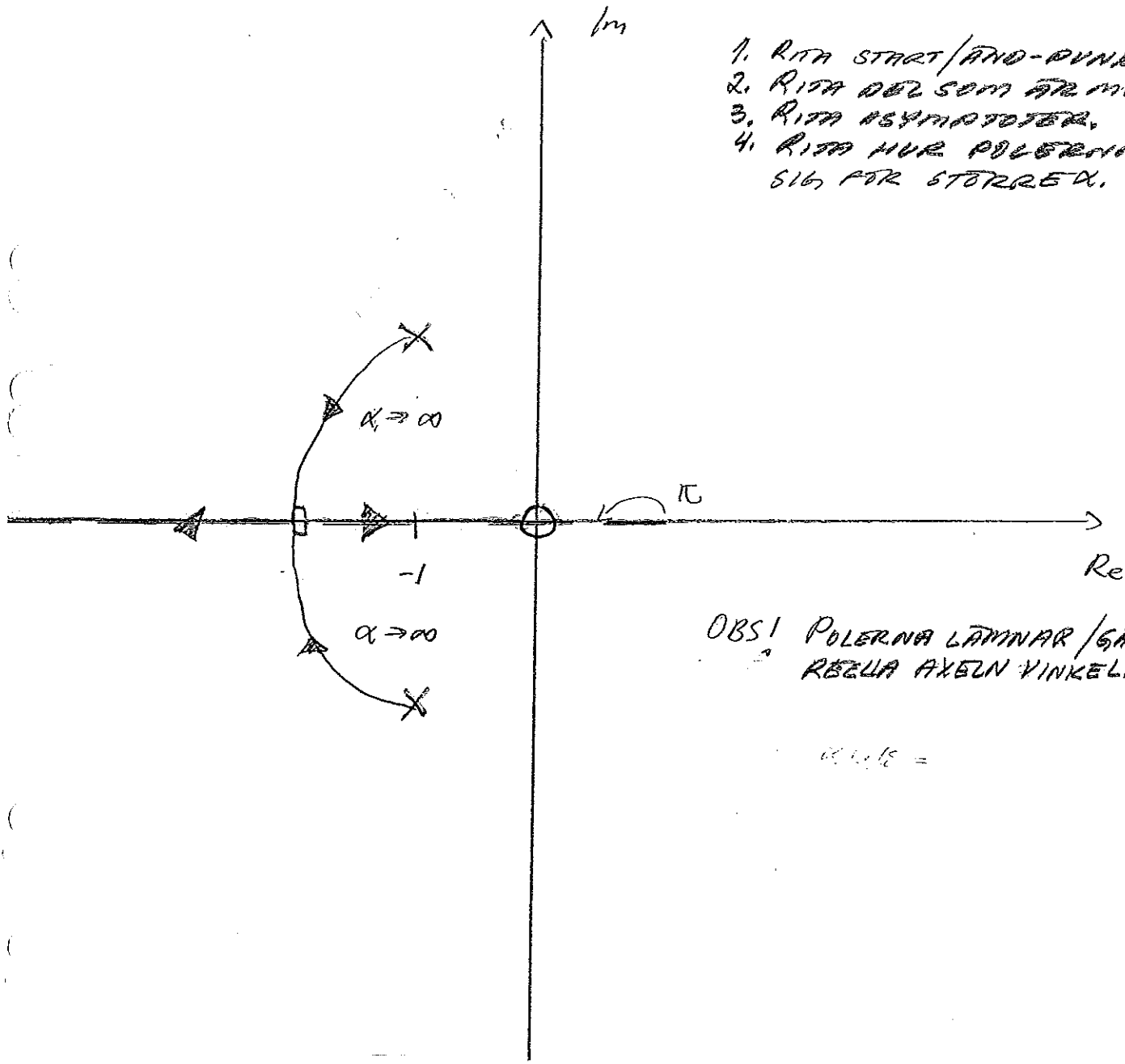
INGEN SKÄRNING MED Im-AXELN.

9. Hitta OBLAV ROTERT.

9.

RITA PLANET OCH START / ÄND-PUNKTER. IDENTIFIERA SEDAN VILKEN DEL SOM SKA VARA MED.

10. RITA ROTERT.



1. RITA START/ÄND-PUNKTER.
2. RITA DEL SOM ÄR MED.
3. RITA ASYMPTOTER.
4. RITA HUR POLERNA RÖR SIG FÖR STÖRRE α .

OBS! POLERNA LÄNNAR/GÅR MOT
REELLA AXELN VINKELRÄTT!

$\alpha \rightarrow \infty =$