FÖRRA GÅNGEN

- FREKVENSSVAR: $G(i\omega)$
- SINUSFUNKTION SOM INSIGNAL:

$$u \longrightarrow \boxed{G} \longrightarrow y$$

[ANTAG ATT G ÄR LTI SAMT ATT TRANSIENTERNA HAR FÖRSVUNNIT.]

$$u(t) = A\sin(\omega t) \Rightarrow y(t) = |G(i\omega)|\,A\sin(\omega t + \phi)$$

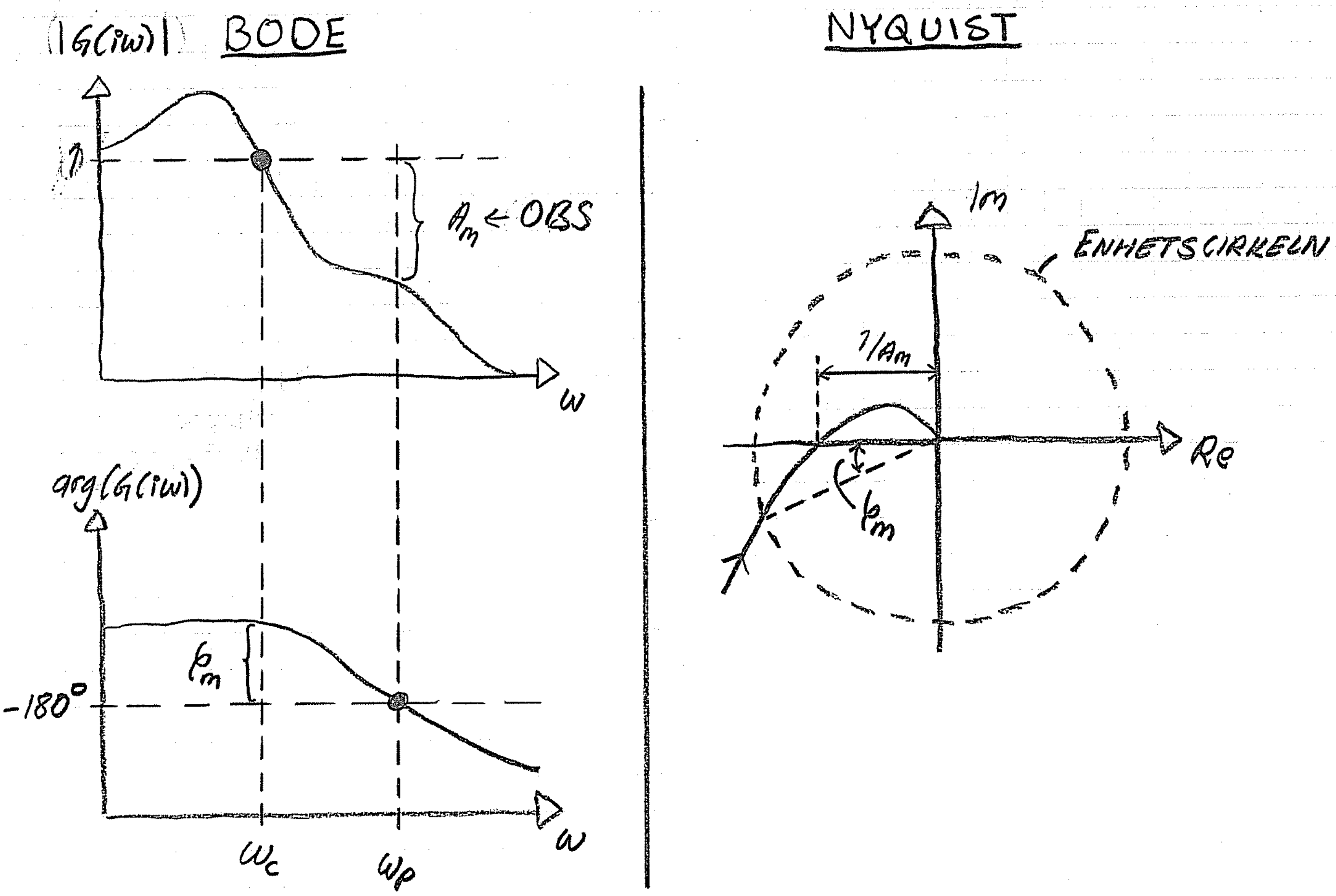
$$\phi = \arg(G(i\omega))$$

- BODEDIAGRAM:

TVÅ DIAGRAM: * $|G(i\omega)|$ - BELOPPSKURVA

* $\arg(G(i\omega))$ - FASKURVA

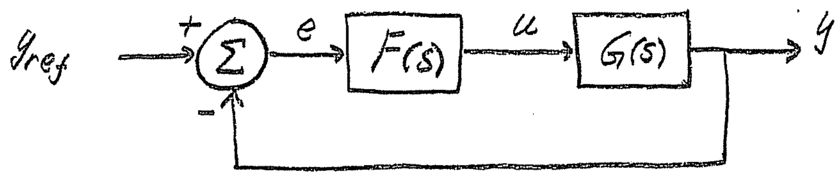
- SAMBAND MELLAN BODE DIAGRAM OCH NYQUISTKURVAN:



TEORI

LEAD-LAG-KOMPENSERING

DESIGNA REGULATOR MED HJÄLP AV BODEDIAGRAM.



ALLTSÅ, KONSTRUERA $F(s)$ SÅ ATT ÖNSKADE KRAV PÅ T.EX. SNABBHET OCH SVÄNGIGHET FÖR $G_c(s)$ UPPFYLLS.

BODE AV SLUTNA SYSTEMET

* BANDBREDD ω_B: $|G_c(i\omega_B)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sim \frac{1}{T_r}$

  OBS
  HÖGT ω_B → LÅNGSAMT SYSTEM
  LÅGT ω_B → SNABBT SYSTEM

* RESONANSTOPP M_p: EN FÖRSTÄRKNINGSTOPP $\sim \frac{1}{\zeta}$

  HÖGT M_p → DÅLIGT DÄMPAT SYSTEM
  LÅGT M_p → BRA DÄMPAT SYSTEM

BODE AV ÖPPNA SYSTEMET

* SKÄRFREKVENS ω_c: $|G_0(i\omega_c)| = 1 \sim \frac{1}{T_r}$

  OBS
  HÖGT ω_c → LÅNGSAMT SYSTEM
  LÅGT ω_c → SNABBT SYSTEM

* FASMARGINALEN φ_m: $\arg(G_0(i\omega_c)) - 180^\circ$

  HÖGT φ_m → BRA DÄMPAT SYSTEM
  LÅGT φ_m → DÅLIGT DÄMPAT SYSTEM

LEAD-LÄNK

- ANVÄNDS FÖR ATT FÅ RÄTT FASMARGINAL φ_m GENOM ATT HÖJA FASEN VID DEN ÖNSKADE SKÄRFREKVENSEN $\omega_{c,d}$.
- LEAD-LÄNKENS ÖVERFÖRINGSFUNKTION ÄR

$$F_{LEAD}(s) = K \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1}$$

- K VÄLJS SÅ ATT $|F_{LEAD}\, G(i\omega_{c,d})| = 1$. ALLTSÅ, SÅ ATT DEN ÖNSKADE SKÄRFREKVENSEN BLIR DEN FAKTISKA SKÄRFREKVENSEN.
- β AVGÖR HUR MYCKET MAN ÖKAR FASEN. DEN VÄLJS SÅ ATT MAN FÅR ÖNSKAD FASMARGINAL. VÄRDET PÅ β FÅS UR FIGUR 5.13.
- τ_D AVGÖR VID VILKEN FREKVENS SOM FASEN ÖKAR MEST. VI VILL ATT DET SKA SKE VID DEN ÖNSKADE SKÄRFREKVENSEN.

  REGEL: $\tau_D = \dfrac{1}{\omega_{c,d}\sqrt{\beta}}$

LAG-LÄNK

- ANVÄNDS FÖR ATT MINSKA STATIONÄRA FEL GENOM ATT ÖKA FÖRSTÄRKNINGEN VID LÅGA FREKVENSER.
- LAG-LÄNKENS ÖVERFÖRINGSFUNKTION ÄR

$$F_{LAG}(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

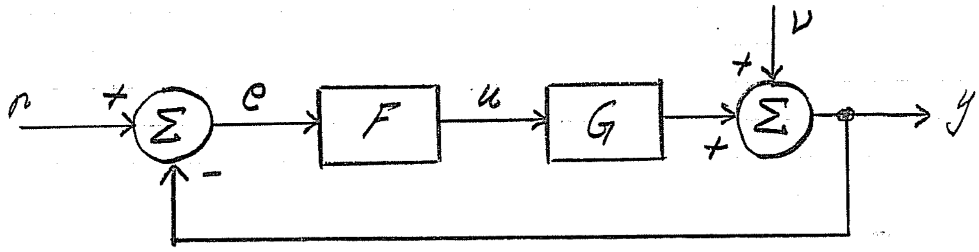
- γ VÄLJS SÅ ATT ÖNSKADE FELKOEFFICIENTER UPPNÅS. γ AVGÖR HUR STOR FÖRSTÄRKNINGEN VID $\omega = 0$ BLIR.
- τ_I AVGÖR HUR LÅNGT UPP I FREKVENS SOM FÖRSTÄRKNINGSÖKNINGEN FRÅN γ FINNS KVAR.

  REGEL: $\tau_I = 10/\omega_c$

- LAG-LÄNKEN FÖRSÄMRAR FASEN! KOMPENSERA FÖR DETTA I LEAD-LÄNKEN.

  REGEL: HÖJ FASEN MED YTTERLIGARE 5.7° OM LAG-LÄNK ANVÄNDS.

KÄNSLIGHETSFUNKTIONEN $S(s)$.



- $S(s)$ ÄR ÖVERFÖRINGSFUNKTIONEN FRÅN STÖRSIGNALEN v TILL UTSIGNALEN y.
- "GÅ" I BLOCKSCHEMAT:

$$y = Gu + v$$
$$u = Fe$$
$$e = r - y$$

$$\Rightarrow y = GF(r-y) + v$$

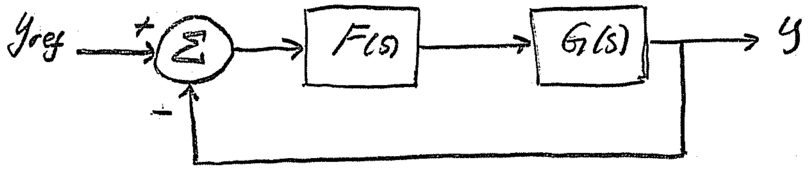
BRYT UT y $\Rightarrow$ $y = \frac{GF}{1+GF} r + \frac{1}{1+GF} v$

SÄTT $r = 0$ $\Rightarrow$ $y = \underbrace{\frac{1}{1+GF}}_{S(s)} v$

- $S(s)$ KAN ÄVEN SKRIVAS SOM $\frac{1}{1+G_0}$.
- OM $|S(i\omega)| < 1$ SÅ UNDERTRYCKS STÖRNINGEN v. (FÖRSTÄRKNINGEN ÄR JU MINDRE ÄN 1.)

(5.10)

■ DET KOMPENSERADE SYSTEMET:



$G_0 = FG$

$G_c = \dfrac{G_0}{1+G_0}$

■ KRAV 1: $\varphi_m = 40°$

KOLLA FÖRST OM DET RÄCKER MED P-REGULATOR, OM INTE ANVÄND LEAD-LÄNK.

VET ATT: P-REGULATOR PÅVERKAR ENDAST $|G_0(i\omega)|$ OCH INTE $\arg(G_0(i\omega))$.

VILL ATT: $|G_0(i\omega_{c,d})| = 1$

$$\varphi_m = \arg(G_0(i\omega_{c,d})) - (-180°) = 40°$$

VILL HITTA: $\omega_{c,d}$ SÅ ATT $\varphi_m = 40°$.

$$\rightarrow \quad 40° = \varphi_m = \arg(G_0(i\omega_{c,d})) - (-180°) =$$

$$= \arg(FG(i\omega_{c,d})) - (-180°) =$$

$$= \arg\left(K\, G_1(i\omega_{c,d}) \frac{1}{i\omega_{c,d}}\right) + 180°$$

$$\rightarrow \quad -140° = \arg(K) + \arg(G_1(i\omega_{c,d})) - \arg(i\omega_{c,d}) \qquad (1)$$

$\arg(K) = 0°$ (VINKEL TILL POS. RE-AXELN)

$\arg(i\omega_{c,d}) = 90°$ (VINKEL TILL POS. IM-AXELN)

$I\ (1) \rightarrow \ -140° = \arg(G_1(i\omega_{c,d})) - 90°$

$\rightarrow -50° = \arg(G_1(i\omega_{c,d}))$

IDENTIFIERA $\omega_{c,d}$ I BODEPLOTTEN SOM DEN FREKVENSEN DÄR FASKURVAN ÄR −50°.

$\Rightarrow \quad \omega_{c,d} = 0{,}5$ rad/s

FÖR ATT $\omega_{c,d}$ VERKLIGEN SKA BLI G_0:S SKÄRFREKVENS SÅ MÅSTE $|G_0(i\omega_{c,d})| = 1$.

VILL HITTA: K SÅ ATT $|G_0(i\omega_{c,d})| = 1$

$$1 = |G_0(i w_{c,d})| = |K G(i w_{c,d})| = |K G_1(i w_{c,d}) \frac{1}{i w_{c,d}}| =$$

$$= |K| \, |G_1(i w_{c,d})| \, \left|\frac{1}{w_{c,d}}\right| \quad (2)$$

$$\left|\frac{1}{w_{c,d}}\right| = \left|\frac{1}{0{,}5}\right| = 2$$

$$|G_1(i\, 0{,}5)| = \{\text{UR FIGUR}\} = 0.12$$

$$\text{I } (2) \Rightarrow 1 = |K| \cdot 0{,}12 \cdot 2 \Rightarrow K = 4{,}2$$

$\Rightarrow$ KRAV 1 UPPFYLLT MED $K = 4{,}2$, DÅ ÄR NYA $w_c = 0{,}5$ rad/s.

KRAV 2: DUBBELT SÅ SNABBT

VET ATT: $w_c \sim \frac{1}{T_r}$ $\rightarrow$ DUBBELT SÅ SNABBT $\Leftrightarrow$ $w_{c,d} = 2 w_c = 1$ rad/s

HAR NY ÖNSKAD SKÄRFREKVENS!

KOLL: ÄR $\varphi_m = 40°$ VID $w_{c,d} = 1$ rad/s?

$$\varphi_m = \arg(G_0(i w_{c,d})) - (-180°) =$$

$$= \arg\left(G_1(i w_{c,d}) \frac{1}{i w_{c,d}}\right) + 180° =$$

$$= \arg(G_1(i w_{c,d})) - \arg(i w_{c,d}) + 180° \quad (3)$$

$$\arg(G_1(i1)) = \{\text{UR FIGUR}\} = -105°$$

$$\arg(1i) = 90°$$

$$\text{I } (3) \rightarrow \varphi_m = -105° - 90° + 180° = -15°$$

NEJ, VI MÅSTE LYFTA FASKURVAN MED 55° VID $w_{c,d} = 1$ rad/s.

OBS! FÖRHANDSINFO: KRAV 3 ÄR ETT KRAV PÅ FELET. FÖLJAKTLIGEN KRÄVS ÄVEN EN LAG-LÄNK. LAG-LÄNKEN SÄNKER FASEN MED 5,7°.

VI MÅSTE LYFTA FASKURVAN MED 60,7° VID $w_{c,d} = 1$ rad/s.

$$F_{LEAD}(s) = K \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1}$$

β VÄLJS UR FIGUR PÅ SIDA 106: TABELLEN "TAR SLUT"!

VÄLJ ISTÄLLET TVÅ LEAD-LÄNKAR SOM VARDERA HÖJER MED 30,35°.

$$\beta = \{\text{UR FIGUR}\} = 0{,}35$$

REGEL: $\tau_D = \dfrac{1}{w_{c,d}\sqrt{\beta}} = \dfrac{1}{1\sqrt{0.35}} = 1.69$

FÖR ATT $w_{c,d}$ VERKLIGEN SKA BLI G_0:S SKÄRFREKVENS SÅ MÅSTE $|G_0(iw_{c,d})| = 1$.

VILL HITTA: K SÅ ATT $|G_0(iw_{c,d})| = 1$.

3.74

$$1 = |G_0(iw_{c,d})| = \left| F_{LEAD}(iw_{c,d})\, F_{LEAD}(iw_{c,d})\, G_1(iw_{c,d}) \frac{1}{iw_{c,d}} \right| =$$

$$= |F_{LEAD}(iw_{c,d})|^2 \, |G_1(iw_{c,d})| \left| \frac{1}{w_{c,d}} \right| \quad (4)$$

$$|F_{LEAD}(iw_{c,d})|^2 = \{\text{BOKEN SIDA 106}\} = \left(\frac{K}{\sqrt{\beta}}\right)^2 = \frac{K^2}{\beta} = \frac{K^2}{0.35}$$

$$|G_1(iw_{c,d})| = |G_1(i1)| = \{\text{UR FIGUR}\} = 0.025$$

$$\left|\frac{1}{w_{c,d}}\right| = 1$$

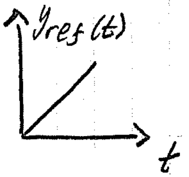
$$\text{I } (4) \rightarrow 1 = \frac{K^2}{0.35} \cdot 0.025 \rightarrow K = 3.74$$

$\Rightarrow$ KRAV 2 UPPFYLLT MED KOMP. LÄNK $3.74^2 \left(\dfrac{1.69s+1}{0.35 \cdot 1.69s+1}\right)^2$.

KRAV 1 "NÄSTAN" UPPFYLLT. TOG I EXTRA I.O.M. KRAV 3.

KRAV 3: STATISKA FELET VID RAMP

RAMP:



$$y_{ref}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ At & t \geq 0 \end{cases}$$

$$Y_{ref}(s) = \frac{A}{s^2}$$

FELET:

$$E(s) = \frac{1}{1+F(s)G(s)} Y_{ref}(s)$$

LAG-LÄNK:

$$F_{lag}(s) = \frac{\tau_I s+1}{\tau_I s+\gamma}$$

SYSTEMET ÄR STABILT $\Rightarrow$ SLUTVÄRDESSATSEN

FÖR P-REGULATOR: $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s \dfrac{1}{1+KG(s)} \dfrac{A}{s^2} =$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{A}{1+KG_1(s)\frac{1}{s}} \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} \frac{sA}{s+KG_1(s)} \frac{1}{s} =$$

$$= \frac{A}{KG_1(0)} = \{\text{UR FIGUR}\} = \frac{A}{K\,0.03} = \{K = 4.2\} =$$

$$= 7.9A$$

FÖR LEAD-LAG: $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+F_{lag}(s)F^2_{lead}(s)G_1(s)}\frac{A}{s^2} =$ (5)

$\lim_{s\to 0} F_{lag}(s) = \frac{1}{\gamma}$

$\lim_{s\to 0} F^2_{lead}(s) = K^2 \quad (=3{,}74^2)$

$\lim_{s\to 0} G_1(s) = 0{,}03$

$$1 \text{ (5)} \Rightarrow \lim_{s\to 0} \frac{\cancel{s}}{s+F_{lag}(s)F^2_{lead}(s)G_1(s)}\frac{A}{\cancel{s}} =$$

$$= \frac{A}{\frac{1}{\gamma}K^2\, 0{,}03} = \frac{\gamma A}{K^2 0{,}03} = \{K=3{,}74\} =$$

$$= 2{,}48A$$

KRAV: $7{,}9A \cdot \underbrace{0{,}01}_{1\,\%} = 2{,}48A \Rightarrow \gamma = 0{,}033$

REGEL: $\tau_I = \frac{10}{\omega_{c,d}} = \frac{10}{1} = 10$

$\Rightarrow$ (ÄNTLIGEN!)

$$F(s) = F_{lead}{}^2(s)\, F_{lag}(s) = 3{,}74^2\left(\frac{1{,}69s+1}{0{,}59s+1}\right)^2 \cdot \frac{10s+1}{10s+0{,}033}$$

KOLLA I TIDSDOMÄNEN OM KRAVEN ÄR UPPFYLLDA.

OM INTE, DESIGNA OM!

(6.3)

- HITTA $G: V \rightarrow Y$

ALLTSÅ, KÄNSLIGHETSFUNKTIONEN $S(s)$

$$S(s) = \frac{1}{1+G_0(s)} \qquad \text{(SE TEORIDEL)}$$

- VI VILL HITTA ω DÄR $|Y(s)| > |V(s)|$ (STÖRNING FÖRSTÄRKS)

$$|Y(s)| = |S(s)\,V(s)| = |S(s)|\,|V(s)| = \frac{1}{|1+G_0(s)|}|V(s)|$$

$$\Rightarrow \frac{1}{|1+G_0(s)|}|V(s)| > |V(s)|$$

$$\Rightarrow \frac{1}{|1+G_0(s)|} > 1$$

$$\Rightarrow 1 > \underbrace{|1+G_0(s)|}$$

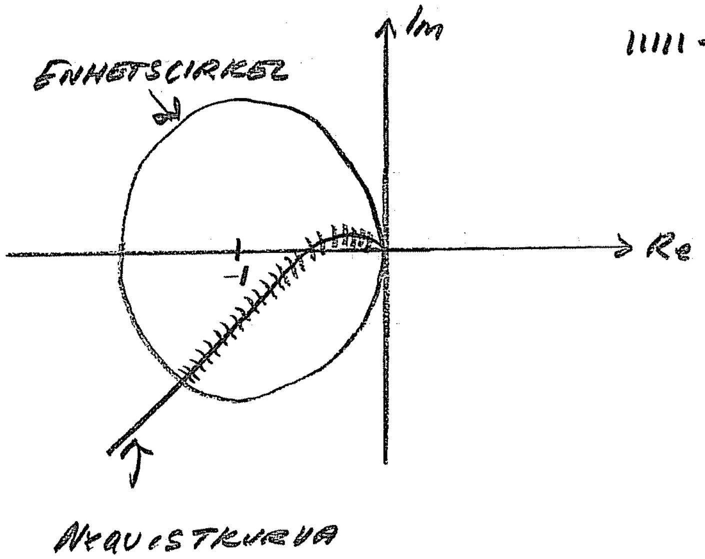
KAN TOLKAS SOM AVSTÅND FRÅN $G_0(s)$ TILL PUNKTEN -1.

$$\Rightarrow |G_0(s) - (-1)| < 1$$

OM DETTA AVSTÅND ÄR < 1 SÅ FÖRSTÄRKS STÖRNINGEN.

OM DETTA AVSTÅND ÄR > 1 SÅ UNDERTRYCKS STÖRNINGEN.

SÅ, MOTSVARANDE ω DÄR NYQUISTKURVAN LIGGER INNANFÖR ENHETSCIRKELN CENTRERAD KRING -1 GER FÖRSTÄRKNING AV STÖRNING.



IIIII – STÖRNING FÖRSTÄRKS.