FÖRRA GÅNGEN

- **NYQUISTKRITERIET:**

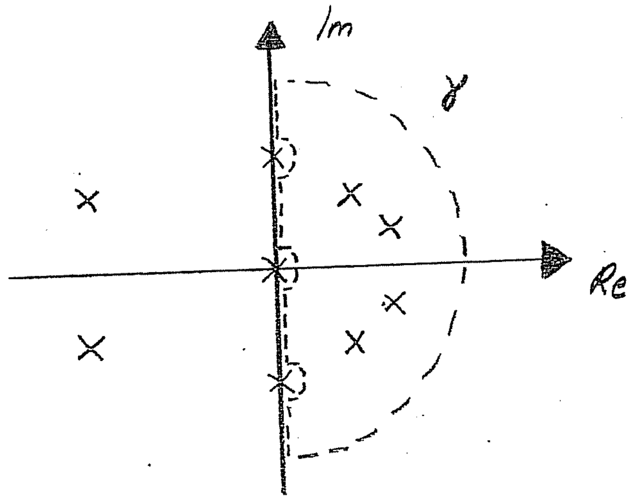
STABILITET UNDERSÖKS GENOM ATT TITTA PÅ ÖPPNA SYSTEMETS POLER.

$$\boxed{P_C = P_O + \#\text{VARV } \gamma' \text{ OMSLUTER } -1}$$

- KURVAN γ SKA OMSLUTA HHP.

OBS! KURVAN γ FÅR EJ KORSA POLER TILL $G_0(s)$. OM DET FINNS POLER PÅ IM-AXELN SÅ SKA DE UTESLUTAS.

(FÖRKLARAS EJ I BOKEN, GOOGLA!)



X = POLER TILL $G_0(s)$

STORA HALVCIRKELN RADIE: $R \to \infty$

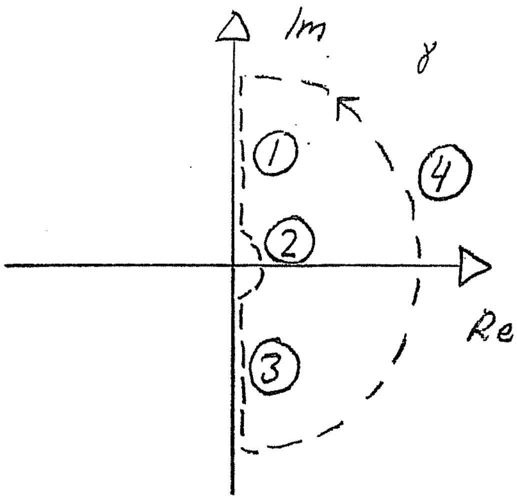
SMÅ HALVCIRKLARNAS RADIE: $r \to 0$

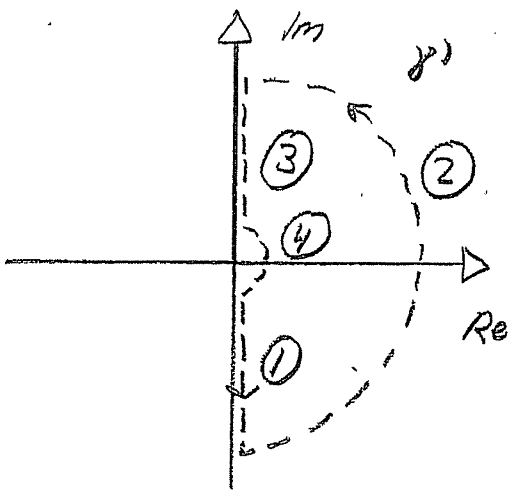
HANN EJ MED

- **NYQUISTKURVA:**

DEN DEL AV γ' SOM KOMMER FRÅN POSITIVA IM-AXELN NÄR ω GÅR FRÅN 0 TILL ∞.

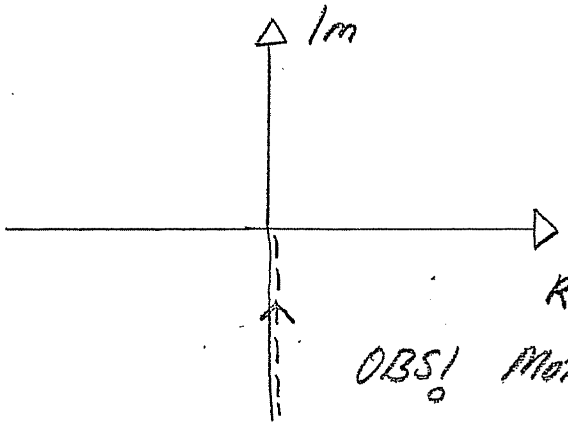
EXEMPEL 3.16a (TAL FRÅN FÖRRA ÖVNINGEN)





HÄR: POSITIVA Im-AXELN AVBILDAS PÅ NEGATIVA Im-AXELN.

⇒ NYQUISTKURVAN:



OBS! MOTSATT RIKTNING TILL γ'.

FÖRENKLAT NYQUISTKRITERIUM:

Om G_0 INTE HAR POLER I HHP, SÅ ÄR DET SLUTNA SYSTEMET INSIGNAL-UTSIGNALSTABILT PRECIS DÅ PUNKTEN -1 LIGGER TILL VÄNSTER OM NYQUISTKURVAN.

TEORI

FREKVENSBESKRIVNING, MOTIVERING

* FÖR LINJÄRA SYSTEM GÄLLER SUPERPOSITION. D.V.S. EN LINJÄR KOMBINATION AV INSIGNALER GER SAMMA LINJÄR KOMBINATION AV UTSIGNALER.

  EX. $\xrightarrow{u_1} \boxed{G} \xrightarrow{} y_1 \qquad \xrightarrow{u_2} \boxed{G} \xrightarrow{} y_2$

  $$\xrightarrow{u_1+2u_2} \boxed{G} \xrightarrow{} y_1+2y_2$$

* FUNKTIONER KAN BESKRIVAS SOM SUMMOR ÖVER SIN- OCH COS-FUNKTIONER (FOURIERSERIER) ELLER SOM INTEGRALER ÖVER SIN- OCH COS-FUNKTIONER (FOURIERTRANSFORMER).

FREKVENSSVAR: FUNKTIONEN $G(i\omega)$

SINUSFUNKTION SOM INSIGNAL:

$$\xrightarrow{u} \boxed{G(s)} \xrightarrow{} y$$

ANTA ATT $G(s)$ ÄR LTI (LINJÄRT TIDSINVARIANT) SAMT ATT TRANSIENTER HAR FÖRSVUNNIT.

$u(t) = A\sin(\omega t)$

$y(t) = \underbrace{|G(i\omega)|}_{\text{FÖRSTÄRKNING}} A\sin(\omega t + \phi)$ DÄR $\phi = \arg(G(i\omega))$

→ UTSIGNALEN BLIR OCKSÅ EN SINUSFUNKTION MED SAMMA FREKVENS MEN FASFÖRSKJUTEN ϕ OCH EN AMPLITUD SOM ÄR SKALAD $|G(i\omega)|$.

4,1

- ANSÄTT G_T: 1:A ORD. LINJÄRT SYST. $\rightarrow G_T = \frac{a}{s+b}$
- LTI $\rightarrow$ SINUS IN – SINUS UT:

VET ATT: $u(t) = A\sin\omega(t)$ GER $y(t) = |G(i\omega)|A\sin(\omega t+\phi)$

$$\phi = \arg(G(i\omega))$$

* FRÅN GRAF:

INSIGNALENS PERIOD: $T_{IN} = 0.314\text{ MIN} = 18.84\text{s}$

$\rightarrow$ INSIGNALENS FREKVENS: $\omega_{IN} = \frac{2\pi}{T_{IN}} \frac{rad}{s} = 0{,}33 \frac{rad}{s}$

UTSIGNALENS TIDSFÖRSKJUTNING: $\Delta t = -0{,}056\text{ MIN} = -3{,}36\text{s}$
(UTS. LIGGER EFTER.)

$\rightarrow$ UTSIGNALENS FASFÖRSKJUTNING: $\phi = \frac{2\pi\Delta t}{T_{IN}} = -1{,}12\text{ rad}$

INSIGNALENS AMPLITUD: $A = 32°C - 30°C = 2°C$

UTSIGNALENS AMPLITUD: $|G(i\omega)|A = 30{,}9°C - 30°C = 0{,}9°C$

$\rightarrow$ UTSIGNALENS FÖRSTÄRKNING: $|G(i\omega)| = \frac{|G(i\omega)|A}{A} = \frac{0{,}9}{2} = 0{,}45$

- IDENTIFIERA a OCH b:

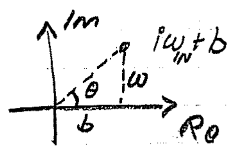
$$|G(i\omega_{IN})| = \left|\frac{a}{i\omega_{IN}+b}\right| = \frac{|a|}{|i\omega_{IN}+b|} = \frac{|a|}{\sqrt{\omega_{IN}^2+b^2}} = 0{,}45 \quad (1)$$

$$\phi = \arg(G(i\omega_{IN})) = \arg\left(\frac{a}{i\omega_{IN}+b}\right) = \arg(a) - \arg(i\omega_{IN}+b) = -\arctan\left(\frac{\omega_{IN}}{b}\right) = -1{,}12\text{ rad} \quad (2)$$

* MOTIVERING: ANTAG $a>0 \rightarrow \arg(a) = 0$

KVAR $-\arg(i\omega_{IN}+b)$

ANTAG $b>0 \rightarrow$ STABILT SYSTEM



$\arg(i\omega_{IN}+b) = \theta = \arctan\left(\frac{\omega_{IN}}{b}\right)$

$$(2) \rightarrow b: \; -\arctan\left(\frac{\omega_{IN}}{b}\right) = -1{,}12 \rightarrow \tan(1{,}12) = \frac{\omega_{IN}}{b} \rightarrow b = \frac{\omega_{IN}}{\tan(1{,}12)} =$$

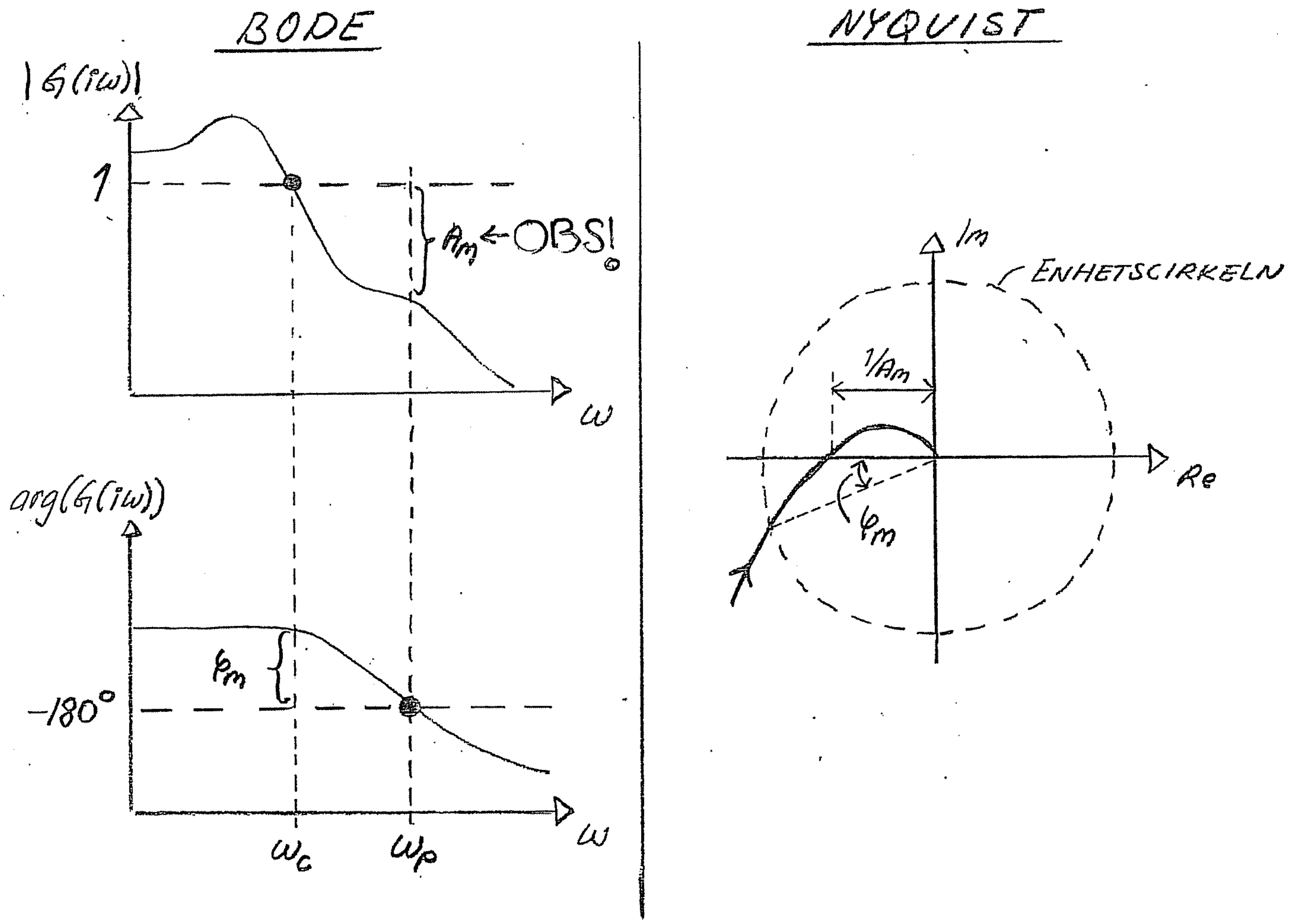
$$\approx \frac{0.33}{2.07} \approx 0{,}16$$

SÄTT IN I (1): $a = 0{,}45\sqrt{w_{in}^2 + b^2} \approx 0{,}17$

$$\Rightarrow \quad G(s) = \frac{0{,}17}{s + 0{,}16}$$

BODEDIAGRAM

- TVÅ DIAGRAM: * $|G(i\omega)|$ - BELOPPSKURVA (LOGARITMISK SKALA
  * $\arg(G(i\omega))$ - FASKURVA
- SAMBAND MELLAN BODEDIAGRAM OCH NYQUISTKURVAN:



* ω_p = FASSKÄRFREKVENSEN
BODE: DET ω DÄR FASKURVAN SKÄR $-180°$.
NYQUIST: DET ω DÄR NYQUISTKURVAN SKÄR NEGATIVA Re-AXELN.

* ω_c = SKÄRFREKVENSEN
BODE: DET ω DÄR BELOPPSKURVAN SKÄR 1.
NYQUIST: DET ω DÄR NYQUISTKURVAN SKÄR ENHETSCIRKELN.

* φ_m = FASMARGINALEN: ETT MÅTT PÅ HUR MKT FASKURVAN KAN FÖRSKJUTAS INNAN INSTABILT
BODE: FASKURVANS AVSTÅND TILL $-180°$ VID $\omega = \omega_c$.
NYQUIST: VINKELN MELLAN NEG. Re-AXELN OCH DEN PUNKT DÄR NYQUISTKURVAN SKÄR ENHETSCIRKELN.

* A_m = AMPLITUDMARGINALEN: ETT MÅTT PÅ HUR MKT AMPLITUDKURVAN KAN HÖJAS INNAN INSTABILT.
BODE: AMPLITUDKURVANS AVSTÅND TILL 1 VID $\omega = \omega_p$. (LOGARITMISK
NYQUIST: INVERSA AVSTÅNDET FRÅN ORIGO TILL DEN PUNKT DÄR NYQUISTKURVAN SKÄR NEG. Re-AXELN.

SKISSA BODEDIAGRAM:

* FAKTORISERA $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K(1+s/z_1)(1+s/z_2)\cdots(1+s/z_m)}{s^p(1+s/p_1)(1+s/p_2)\cdots(1+s/p_n)}$$

p = ANTAL POLER I ORIGO
m = ANTAL NOLLSTÄLLEN
n = ANTAL POLER SKILDA FRÅN ORIGO

* LÅGFREKVENSASYMPTOT: DE TERMER I $G(i\omega)$ SOM DOMINERAR FÖR SMÅ ω.

* HÖGFREKVENSASYMPTOT: DE TERMER I $G(i\omega)$ SOM DOMINERAR FÖR STORA ω.

* BRYTPUNKTER: PUNKTERNA DÄR $\omega = z_1, z_2, \ldots z_m, p_1, p_2 \ldots p_n$.

* BIDRAG TILL LUTNING PÅ KURVAN:

  - VARJE POL GER -1 I BIDRAG.
  - VARJE NOLLSTÄLLE GER $+1$ I BIDRAG.

* BASERAT PÅ DETTA, PLOTTA AMPLITUDKURVAN.

* BERÄKNA $\arg(G(i\omega))$ FÖR NÅGRA ω, BASERAT PÅ DETTA PLOTTA FASKURVAN.

SKALA AMPLITUDKURVA		HUR MAN HITTAR A_m:
LINJÄR	$\lvert G(i\omega)\rvert$	$\log(A_m) = \log(1) - \log(\lvert G(w=w_c)\rvert) = \log\left(\frac{1}{\lvert G(w=w_c)\rvert}\right)$ $\Rightarrow A_m = \frac{1}{\lvert G(w=w_c)\rvert}$
LOGARITMISK	$\log\lvert G(i\omega)\rvert$	$\log A_m = \log(1) - \log(\lvert G(w=w_c)\rvert)$ $\Rightarrow A_m = 10^{(\log(1) - \log(\lvert G(w=w_c)\rvert))}$
DECIBEL	$20\log\lvert G(i\omega)\rvert$	$20\log A_m = 20\log(1) - 20\log(\lvert G(w=w_c)\rvert)$ $\Rightarrow \log A_m = \frac{1}{20}(20\log(1) - 20\log(\lvert G(w=w_c)\rvert))$ $\Rightarrow A_m = 10^{\frac{1}{20}(20\log(1) - 20\log(\lvert G(w=w_c)\rvert))}$

4.2 a) SKISSA BODEPLOTT FÖR $F G_\sigma G_S$ DÅ $K = 0.5$.

(83-91 I BOKEN)

VAD ÄR $G_S(s)$?

INSIGNAL: δ (VINKELN PÅ RODRET)

UTSIGNAL: ψ (VINKELN PÅ BÅTEN)

$\rightarrow \Psi(s) = G_S(s)\,\Delta(s)$

DIFF. EKV.: $\omega = \dot{\psi}$ (1), $T_1 \dot{\omega} = -\omega + K_1 \delta$ (2)

(1), (2): $T_1 \ddot{\psi} = -\dot{\psi} + K_1 \delta$

LAPLACE $\rightarrow$ $T_1 s^2 \Psi(s) = -s\Psi(s) + K_1 \Delta(s)$

BRYT UT $\Psi(s)$: $\Psi(s) = \underbrace{\dfrac{K_1}{T_1 s^2 + s}}_{G_S(s)} \Delta(s)$

VAD BLIR $G_0(s) = F(s)\,G_\sigma(s)\,G_S(s)$?

$$G_0(s) = \frac{K(1+s/a)}{1+s/b} \cdot \frac{1}{1+sT_2} \cdot \frac{K_1}{T_1 s^2 + s}$$

VILL SKRIVA PÅ FAKTORISERAD FORM ENLIGT TEORIDEL.

$$G_0(s) = \frac{KK_1\,(1+s/a)}{\left(1+\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s}{(1/T_2)}\right) s\,(1+T_1 s)} = \frac{KK_1\,(1+s/a)}{s\left(1+\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s}{(1/T_2)}\right)\left(1+\frac{s}{(1/T_1)}\right)}$$

LÅGFREKVENSASYMPTOT:

$$\lim_{s\to 0} G_0(s) = \frac{KK_1}{s} = \left\{\begin{matrix} K = 0.5 \\ K_1 = 0.1 \end{matrix}\right\} = \underline{\frac{0,05}{s}}$$

$$|G_0(i\omega)|_{lf} = \left|\frac{0,05}{i\omega}\right| = \underline{\frac{0,05}{\omega}}$$

HÖGFREKVENSASYMPTOT:

$$\lim_{s\to\infty} G_0(s) = \frac{KK_1 \frac{s}{a}}{s \cdot \frac{s}{b} \cdot \frac{s}{(1/T_2)} \cdot \frac{s}{(1/T_1)}} = \frac{\frac{KK_1}{a}}{\frac{s^3}{\left(\frac{b}{T_1 T_2}\right)}} = \frac{KK_1}{a}\,\frac{T_1 T_2}{b} \cdot \frac{1}{s^3} = \underline{\frac{50\,000}{s^3}}$$

$$|G_0(i\omega)|_{hf} = \left|\frac{50000}{(i\omega)^3}\right| = \underline{\frac{50\,000}{\omega^3}}$$

BRYTPUNKTER:

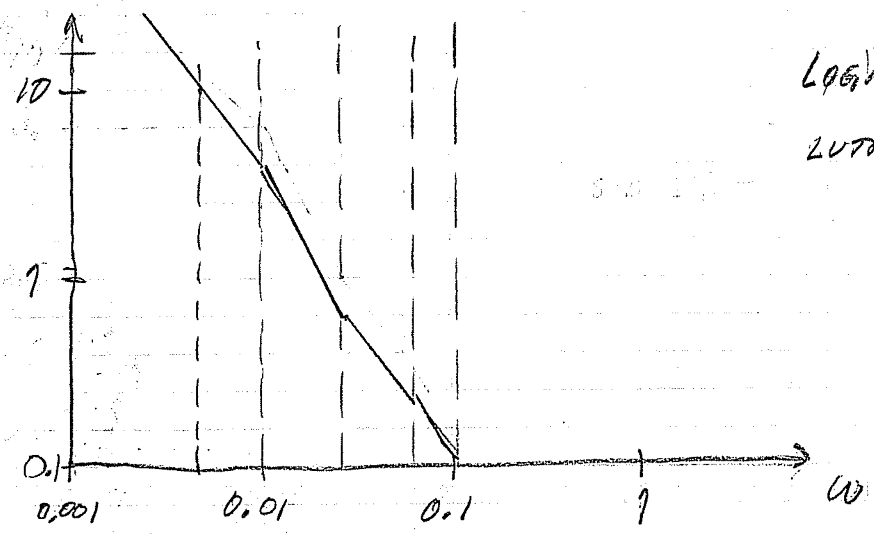
PUNKT	0	$1/T_1=0{,}01$	$a=0{,}02$	$b=0{,}05$	$1/T_2=0{,}1$
TYP	POL	POL	NOLLA	POL	POL
BIDRAG	-1	-1	1	-1	-1
LUTNING	-1	-2	-1	-2	-3

SKISSA AMPLITUDKURVA:

TESTPUNKT: $\frac{0{,}05}{0{,}005} = 10$

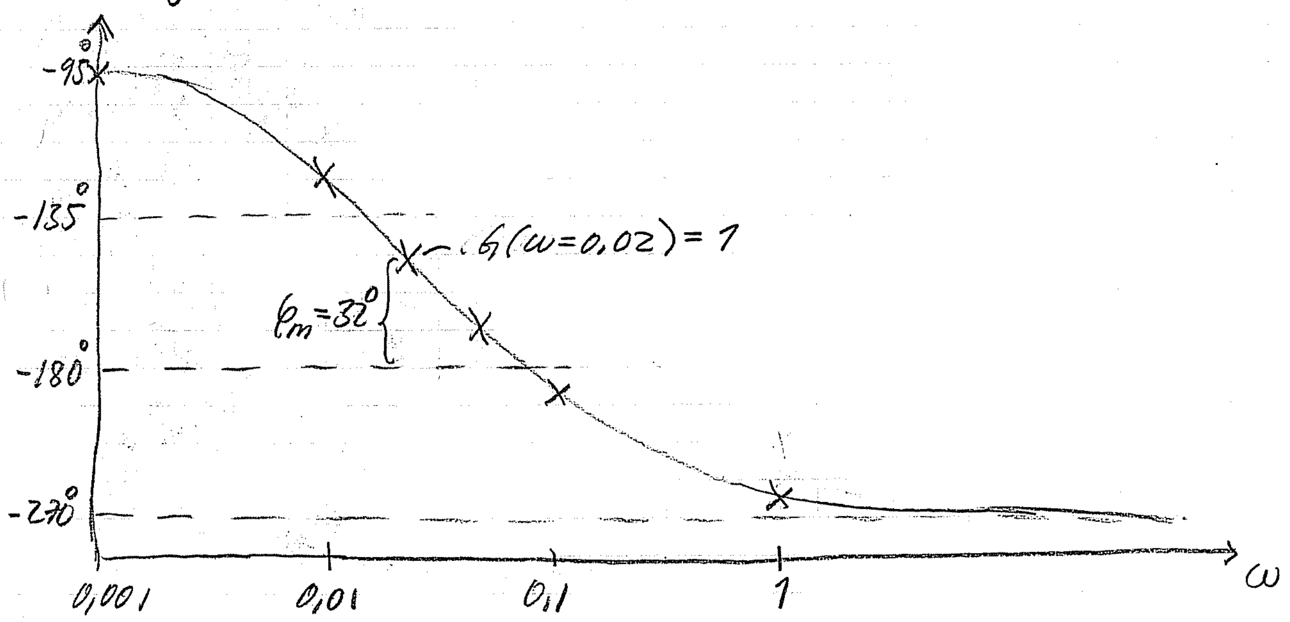
LOGARITMISK SKAL:

LUTNING -1 ⇒ MINSKAR 10-POTENS PER 10-POTENS



SKISSA FASKURVA:

ω	0,001	0,01	0,02	0,05	0,1	1
$\arg(G_0(i\omega))$	-95°	-125°	-142°	-172°	-204°	-261°



(4,2b) K ÖKAS TILL SYSTEMET BÖRJAR OSCILLERA MED KONSTANT AMPLITUD. FÖR VILKET K SKER DETTA? VILKEN PERIOD HAR SVÄNGNINGARNA?

- HUR PÅVERKAR K BODE?

VET REDAN SVARET!

K PÅVERKAR ENDAST AMPLITUDKURVAN (BELOPPET), EJ FASKURVAN (VINKELN).

- NÄR KAN SYSTEM BÖRJA SJÄLVSVÄNGA?

VID $w = w_c$ OM $\varphi_m = 0$ OCH $A_m = 1$ (SIDA 96)

DETSAMMA SOM ATT KRÄVA ATT NYQUISTKURVAN SKÄR NEG. Re-AXELN I -1.

- VINKELFREKVENSER:

$|G(w=w_c)| = 1$ OCH $\arg(G(w=w_p)) = -180°$

$\Rightarrow$ SJÄLVSVÄNGNING NÄR $w_c = w_p$.

FRÅN FASKURVA: VILL HA $w_c = 0,06 \; \frac{rad}{s}$

$\Rightarrow$ VILL HA $|K G_0(w=0,06)| = 1$

FRÅN AMPLITUDKURVA: $|0,5 G_0(w=0,06)| = 0,24$

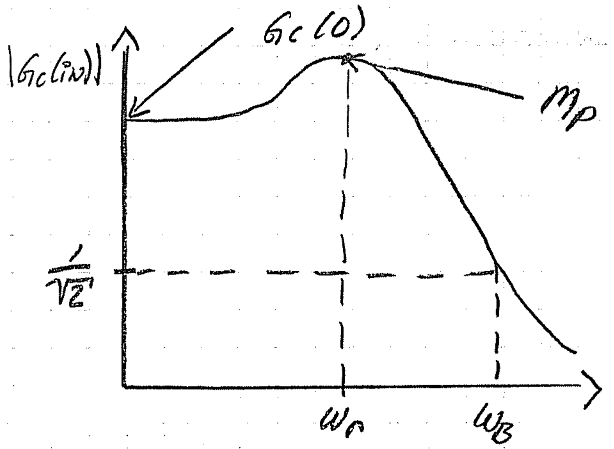
$\rightarrow |G_0(w=0,06)| = 0,48$

$$\rightarrow |K| = \frac{1}{|G_0(w=0,06)|} = \frac{1}{0,48} = 2,1$$

- PERIOD: $T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{0,06} = 105 s$

(4,4)

BODEDIAGRAM FÖR SLUTNA SYSTEM:



$|G_c(0)|$ = STATIONÄRA VÄRDET

M_p = RESONANSTOPP $\sim \frac{1}{\zeta}$

ω_r = RESONANSFREKVENS
FREKVENSEN FÖR SVÄNGNINGAR HOS STEGSVARET

ω_B = BANDBREDD $\sim \frac{1}{T_r}$

* STEGSVAR: B HAR STATISKT FEL
BODE: B ÄR ENDA PLOTT MED STATISK FÖRSTÄRKNING, $|G_c(0)| > 1$.

B → 3

* STEGSVAR: C ÄR LÅNGSAMMAST, LÄNGST T_r
BODE: 4 HAR KORTAST BANDBREDD

C → 4

* STEGSVAR: A ÄR SNABBAST, KORTAST T_r
BODE: 2 HAR LÄNGST BANDBREDD

A → 2

* D → 1

KONTROLL: D HAR LÄGST FÖRSTÄRKNING, I.O.M. LÄGST ÖVERSLÄNG.

1 HAR LÄGST FÖRSTÄRKNING I.O.M. LÄGST M_p.

(5.8a) BESTÄM FÖR VILKA T SOM G_c ÄR STABIL.

- HUR PÅVERKAR EN TIDSFÖRDRÖJNING BODE? (TIDSFÖRS. 232)

AMPLITUD: $|e^{-i\omega T}| = 1$ PÅVERKAS EJ.

FAS: $\arg(e^{-i\omega T}) = -\omega T$ MINSKAR FASEN MED ωT

- FRÅN FIGUR:

SKÄRFREKVENS: $\omega_c = 0.1$ rad/s

FASMARGINAL: $\varphi_m = 40° = 0.698$ rad

- NYA FASMARGINALEN φ_m'

STABILT OM $\varphi_m' > 0$ (ALLTSÅ $\omega_c' > -180°$)

$\varphi_m' = \varphi_m - \omega_c T = 0.698 - 0.1 T > 0$

$\rightarrow T < 0.698$ s