FÖRRA GÅNGEN

- SIGNALER: UTSIGNAL, $y(t)$ - DET VI VILL STYRA

  INSIGNAL, $u(t)$ - DET VI KAN STYRA

  STÖRNING, $v(t)$ - DET VI INTE KAN STYRA

  REFERENS-SIGNAL, $r(t)$ - ÖNSKAD UTSIGNAL

- SYSTEM: VI TITTAR PÅ DYNAMISKA SYSTEM, D.V.S. SYSTEM DÄR UTSIGNALEN BEROR PÅ INSIGNALEN BAKÅT I TIDEN.

  BESKRIVS MED DIFFERENTIAL EKVATIONER.

  Ex. $\dot{y}(t) = -a\,y(t) + u(t)$

- LAPLACE: DIFF. EKV. KAN VARA SVÅRA ATT LÖSA. DÄRFÖR ANVÄNDER VI OFTA LAPLACETRANSFORMEN.

  DEF. $\mathcal{L}[\,y(t)\,] = \int_0^{\infty} y(t)\,e^{-st}\,dt = Y(s)$

  TIDSDOMÄN: SMÅ BOKSTÄVER
  LAPLACEDOMÄN: STORA BOKSTÄVER

  VI ANVÄNDER OSS OFTAST AV TABELLER (T.EX. BETA) ISTÄLLET FÖR DEFINITIONEN.

- ÖVERFÖRINGSFUNKTION: FUNKTION SOM "ÖVERFÖR" EN SIGNAL TILL EN ANNAN I LAPLACEDOMÄNEN.

  Ex. $Y(s) = G(s)\,U(s) = \frac{1}{s+a}\,U(s)$

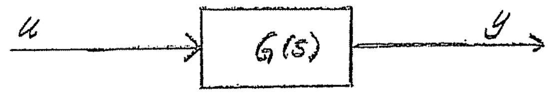
- POLER: DE s DÄR NÄMNAREN I $G(s)$ ÄR 0. POLER ÄR VIKTIGA FÖR SYSTEMETS DYNAMIK OCH STABILITET.

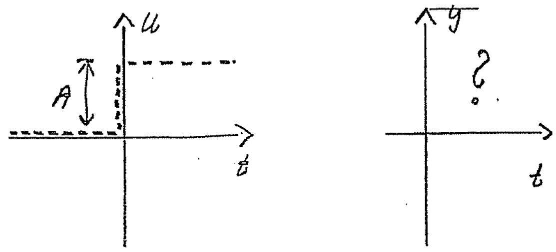
- NOLLSTÄLLEN: DE s DÄR I $G(s)$ ÄR 0. NOLLSTÄLLEN ÄR VIKTIGA FÖR SYSTEMETS TRANSIENTA EGENSKAPER. $\Leftrightarrow$ HUR SYSTEMET REAGERAR PÅ EN ÄNDRING I u.

- **STATISK FÖRSTÄRKNING:** FÖRSTÄRKNING AV EN KONSTANT INSIGNAL.

  DEF. STATISK FÖRSTÄRKNING = $|G(0)|$

- **STEGSVAR:**





$$u(t) = \text{STEG} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}[\text{STEG}] = \frac{A}{s}$$

- **SLUTVÄRDESSATSEN:** OM ALLA NOLLSKILDA POLER HAR STRIKT NEGATIV REALDEL SÅ GÄLLER

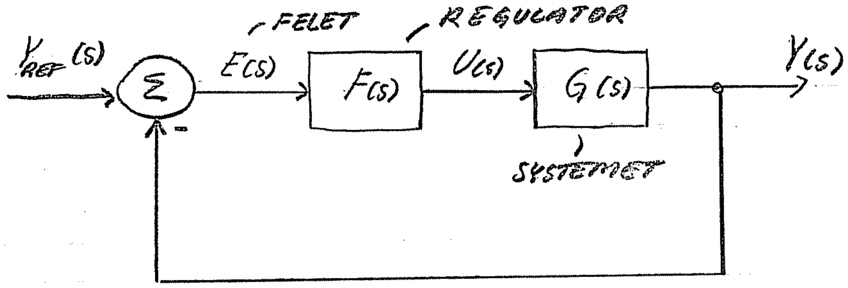
$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} s\,Y(s)$$

- **BEGYNNELSEVÄRDESSATSEN:** $\lim_{t \to 0} y(t) = \lim_{s \to \infty} s\,Y(s)$

ÖVNING 2

TEORI

■ ÅTERKOPPLADE SYSTEM:



* REGLERFELET, $E(s)$: $E(s) = Y_{REF}(s) - Y(s)$

* REGULATORN, $F(s)$: FÅR INFO OM $E(s)$. BASERAT PÅ DETTA BERÄKNAR DEN INSIGNALEN, $U(s)$.

■ ÖVERFÖRINGSFUNKTION FRÅN $E(s) \rightarrow Y(s)$:

$G_0(s)$, KALLAS FÖR DET ÖPPNA SYSTEMET. (KRETSFÖRSTÄRKNING)

$G_0(s) = G(s)F(s)$

■ ÖVERFÖRINGSFUNKTION FRÅN $Y_{REF}(s) \rightarrow Y(s)$:

$G_c(s)$, KALLAS FÖR DET SLUTNA SYSTEMET.

"GÅ" I BLOCKSCHEMAT: $Y(s) = G(s)\,U(s)$ (1)

$U(s) = F(s)\,E(s) = F(s)[Y_{REF}(s) - Y(s)]$ (2

(2) i (1) $\Rightarrow Y(s) = G(s)F(s)[Y_{REF}(s) - Y(s)]$

BRYT UT $Y(s) \Rightarrow Y(s) = \underbrace{\left(\frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)}\right)}_{G_c} Y_{REF}(s)$

ALLTSÅ ÄR: $G_c = \frac{G_0}{1+G_0}$

■ VAD SKA VI VÄLJA FÖR REGULATOR $F(s)$?

EX. PID-REGULATORN

PID BESTÅR AV TRE DELAR SOM GES AV NAMNET.

* P: PROPORTIONELLG   t: $K_P\, e(t)$
  s: $K_P\, E(s)$

* I: INTEGRERANDE   t: $K_I \int_0^t e(\tau)\,d\tau$
  s: $K_I \frac{1}{s} E(s)$

* D: DERIVERANDE   t: $K_D \frac{d}{dt} e(t)$
  s: $K_D\, s\, E(s)$

$$\Rightarrow \quad F(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + sK_D$$

$$\Rightarrow \quad u(t) = K_P\, e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)\,d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

PROPORTIONELLG:	"TITTAR PÅ NUET" $u(t) = K_P\, e(t)$	+ SNABBT STEGSVAR - STATISKT FEL, $e(t) \neq 0$
INTEGRERANDE:	"TITTAR BAKÅT" $u(t) = K_I \int_0^t e(\tau)\,d\tau$	+ INGET STATISKT FEL - KAN GE SVÄNGIGT BETEENDE
DERIVERANDE:	"TITTAR FRAMÅT" $u(t) = K_D \frac{d}{dt} e(t)$	+ MINSKAR SVÄNGIGHET - KÄNSLIG FÖR BRUS I $y(t)$

(LABB)

(TAYLOR AV $u(t) = K_P\, e(t) \approx K_P\,(e(t) + \Delta e'(t+\Delta)) =$
$= K_P\, e(t) + K_P \Delta e'(t+\Delta) = K_P\, e(t) + K_D\, e'(t+\Delta)$)

(3,25)

- STATISKT FEL:

STEGSVAR: C OCH D HAR INGET STATISKT FEL. ($y(t) \to 1, t \to \infty$)
$\Rightarrow K_I \neq 0$

REG.: 2 OCH 4 HAR $K_I \neq 0$

$\Rightarrow$ 2,4 $\to$ C,D OCH 1,3 $\to$ A,B

- SKILJA PÅ 2,4 $\to$ C,D:

STEGSVAR: D ÄR SVÄNGIGARE ÄN C. $K_D \neq 0$ MINSKAR SVÄNGIGHET.

REG.: 2 HAR $K_D = 0$ OCH 4 HAR $K_D = 1$.

$\Rightarrow$ 2 $\to$ D OCH 4 $\to$ C

- SKILJA PÅ 1,3 $\to$ A,B:

SAMMA ARGUMENT.

STEGSVAR: B ÄR SVÄNGIGARE ÄN A.

REG.: 1 HAR $K_D = 0$ OCH 3 HAR $K_D = 1$.

$\Rightarrow$ 1 $\to$ B OCH 3 $\to$ A

3.1a

VIKTIGA SIGNALER:

* UTSIGNAL (DET VI VILL STYRA) - $h(t)$

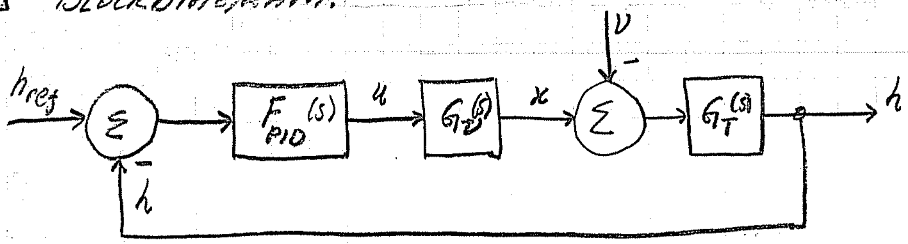
BÅDE V OCH X PÅVERKAR H.

* INSIGNAL (DET VI KAN STYRA) - $u(t)$

$(X = G_V U)$

* STÖRSIGNAL (DET VI EJ KAN STYRA) - $v(t)$
* REFERENSSIGNAL (ÖNSKAT $h(t)$) - $h_{ref}(t)$

BLOCKDIAGRAM:



G_T:

DENSITET

MASSBALANS $\Leftrightarrow \rho \frac{dh(t)}{dt} = \rho C (q_{IN}(t) - q_{UT}(t)) = \rho C (x(t) - v(t))$

VAD ÄR C?

ENHETSANALYS: $\left[\frac{dh(t)}{dt}\right] = \left[\frac{m}{s}\right]$, $[q_{IN}] = [q_{UT}] = \frac{m^3}{s}$

$\Rightarrow [C] = \frac{1}{m^2} \rightarrow C = \frac{1}{\text{TANKENS AREA}}$

$\Rightarrow$ DIFF. EKV.: $\dot{h}(t) = \frac{1}{A}(x(t) - v(t)) = \{A = 1\} = x(t) - v(t)$

$\mathcal{L} \rightarrow sH(s) = X(s) - V(s) \Rightarrow H(s) = \underbrace{\frac{1}{s}}_{G_T}(X(s) - V(s))$

(3.16)

- $G_v = \dfrac{k_v}{1+Ts}$

- BESTÄMMA k_v:

  FRÅN STEGSVARET SÅ SER VI ATT SLUTVÄRDET ÄR $\lim_{t\to\infty} y(t) = 2$.

  SLUTVÄRDESSATSEN:

  $$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)$$

  $$2 = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} s\,G_v(s)\,U(s) = \lim_{s\to 0} s\,\overbrace{\frac{k_v}{1+Ts}}^{G_v}\,\overbrace{\frac{1}{s}}^{\text{STEG}} = k_v$$

  $\Rightarrow k_v = 2$

- BESTÄMMA T:

  $$Y(s) = G_v(s)\,U(s) = \frac{2}{1+Ts}\,\frac{1}{s} \qquad \text{(TABELL)}$$

  $$\mathcal{L}^{-1} \to y(t) = 2(1-e^{-\frac{1}{T}t}) = \{t=T\} = 2(1-e^{-1}) = 2\cdot 0{,}63 \approx 1{,}26$$

  FÖR VILKET t ÄR $y(t) = 1{,}26$? JO, $y(T) = 1{,}26$.

  STEGSVAR $\rightarrow T = 5$

* T KALLAS FÖR TIDSKONSTANT. DET ÄR GENERELLT DEN TID DET TAR ATT NÅ 63% AV SLUTVÄRDET. T ÄR ÄVEN DET INVERSA VÄRDET AV POLENS AVSTÅND TILL ORIGO.

STÖRRE $T \rightarrow$ MINDRE AVS. $\Rightarrow$ LÅNGS. SYS.
MINDRE $T \rightarrow$ STÖRRE AVS. $\Rightarrow$ SNABB. SYS.

(S. 35)

3.1c

- "GÅ" I BLOCKSCHEMAT:

$$H(s) = G_T(s)\,(X(s) - V(s))$$
$$X(s) = G_V(s)\,U(s)$$
$$U(s) = F_{PID}(s)\,E(s)$$
$$E(s) = H_{REF}(s) - H(s)$$

- INSÄTTNING GER:

$$H(s) = G_T(s)\Big(G_V(s)\,F_{PID}(s)\big(H_{REF}(s) - H(s)\big) - V(s)\Big) \Leftrightarrow$$

$$H(s) = \frac{G_T(s)\,G_V(s)\,F_{PID}(s)}{1 + G_T(s)\,G_V(s)\,F_{PID}(s)}\,H_{REF}(s) - \frac{G_T(s)}{1 + G_T(s)\,G_V(s)\,F_{PID}(s)}\,V(s)$$

- SÄTT $V(s) = 0 \rightarrow G_c: H_{REF} \rightarrow H$ (SLUTNA SYSTEMET)

SÄTT $H_{REF} = 0 \rightarrow G: V \rightarrow H$

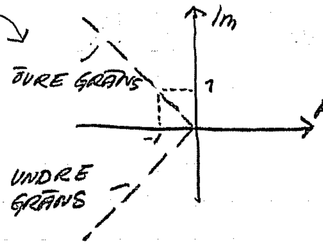
BÅDA HAR SAMMA NÄMNARE $\rightarrow$ SAMMA POLER.

(3.1d)

POLERNA SKA LIGGA INNANFÖR OMRÅDET.

VAD KRÄVER DET FÖR FÖRHÅLLANDE MELLAN $Im(p)$ OCH $Re(p)$?

MOTSVARAR 5% ÖVERSLÄNG



(RÄTA LINJENS EKV.)

ÖVRE GRÄNS $\rightarrow$ $Im(p) = -Re(p), \quad Re(p) < 0$

UNDRE GRÄNS $\Rightarrow$ $Im(p) = Re(p), \quad Re(p) < 0$

$\Rightarrow \quad Re(p) \leq Im(p) \leq -Re(p), \quad Re(p) < 0$

$\Leftrightarrow \quad |Im(p)| \leq |Re(p)|$

VAD BLIR POLERNA?

P-REGULATOR: $\quad F_{PID}(s) = K$

$$\Rightarrow G_C(s) = \frac{G_T(s)\,G_V(s)\,K}{1 + G_T(s)\,G_V(s)\,K}$$

NÄMNAREN: $1 + G_T(s)\,G_V(s)\,K = 0 \Leftrightarrow$

$$1 + \frac{1}{s}\,\frac{2}{1+5s}\,K = 0 \Leftrightarrow$$

$$s(1+5s) + 2K = 0 \Leftrightarrow$$

$$5s^2 + s + 2K = 0$$

$$pq \rightarrow \quad s = -\frac{1}{10} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 - 2K}$$

HUR STORT KAN K VARA?

FÖR TILLRÄCKLIGT STORA K SÅ ÄR $\left(\frac{1}{10}\right)^2 - 2K < 0$

$$\Rightarrow \quad s = -\frac{1}{10} \pm i\sqrt{\left|\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5}\right|} \Leftrightarrow$$

$$s = -\frac{1}{10} \pm i\sqrt{-\left(\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5}\right)} \Leftrightarrow$$

$$s = -\frac{1}{10} \pm i\sqrt{\frac{2K}{5} - \frac{1}{100}}$$

$$|Re(p)| = \frac{1}{10}, \quad |Im(p)| \leq |Re(p)| = \frac{1}{10} \rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{40K-1}}{10} \leq \frac{1}{10} \rightarrow \sqrt{40K-1} \leq 1 \rightarrow 40K \leq 2 \rightarrow K \leq \frac{1}{20}$$

(3.1e)

- STÖRNING PÅ V SOM ÄR ETT ENHETSSTEG. SAMMA REGULATOR SOM I d.

  VAD BLIR DET STATIONÄRA FELET I h?

- STATIONÄRA FELET: $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty} h_{ref} - h(t)$

$$\mathcal{L} \rightarrow E(s) = H_{ref} - H(s) = \{\text{FRÅN c}\} =$$

$$= H_{ref} - \frac{G_T G_V K}{1+G_T G_V K} H_{ref} + \frac{G_T}{1+G_T G_V K} V$$

VI ÄR INTRESSERADE AV HUR e PÅVERKAS AV ETT STEG I V. VI KAN DÄRFÖR SÄTTA $H_{ref} = 0$. (VANLIGT.)

$$\Rightarrow E(s) = \frac{-G_T}{1+G_T G_V K} V(s)$$

- SLUTVÄRDESSATSEN: SYSTEMET ÄR STABILT, SE d.

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s E(s) = \lim_{s\to 0} s \frac{-G_T}{1+G_T G_V K} V(s)$$

$$= \lim_{s\to 0} s \frac{-\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}\frac{2}{1+5s}K} \underbrace{\frac{1}{s}}_{\text{STEG}} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{-1}{s\left(1+\frac{1}{s}\frac{2}{1+5s}K\right)} = \lim_{s\to 0} \frac{-1}{s+\frac{2K}{1+5s}} = \frac{-1}{2K}$$

$\Rightarrow$ STATIONÄRT FEL: $\frac{1}{2K}$

(3.1f)

- Samma som e men PI-regulartor: $F_{PID} = K + \frac{K_I}{s}$

- Felet: $E(s) = \frac{G_T}{1+G_T G_V\left(K+\frac{K_I}{s}\right)} V(s)$

OBS: K, K_I valda så att sys. är stabilt.

- Slutvärdessatsen: $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s \frac{G_T}{1+G_T G_V\left(K+\frac{K_I}{s}\right)} V(s) =$

$$= \lim_{s\to 0} s \frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}\frac{2}{1+5s}\left(K+\frac{K_I}{s}\right)} \overbrace{\left(\frac{1}{s}\right)}^{\text{STEG}} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{1}{s+\frac{2}{1+5s}\left(K+\frac{K_I}{s}\right)} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{s}{s^2+\frac{2}{1+5s}(Ks+K_I)} = 0$$

Med PI-regulatorn får vi inget stationärt fel.