ÖVNING 1

TEORI

■ SIGNALER :

UTSIGNAL, $y(t)$ - DET VI VILL STYRA
EX. FARTHÅLLARE PÅ EN BIL
EX. HASTIGHET

INSIGNAL, (STYRSIGNAL) $u(t)$ - DET VI KAN STYRA
EX. DRAGKRAFT

STÖRSIGNAL, $v(t)$ - DET VI INTE KAN STYRA
EX. VÄGENS LUTNING

■ SYSTEM : VI TITTAR PÅ DYNAMISKA SYSTEM, D.V.S. SYSTEM DÄR UTSIGNALEN BEROR PÅ INSIGNALEN BAKÅT I TIDEN.

SÅDANA SYSTEM KAN BESKRIVAS MED DIFF. EKV. :

$$\frac{dy(t)}{dt} = -ay(t) + u(t) \qquad (1)$$

PROBLEM: DIFF. EKV. KAN VARA SVÅRA ATT LÖSA.
LÖSNING: LAPLACETRANSFORMERA.

■ LAPLACETRANSFORM: DEF. $\mathcal{L}[y(t)] = \int_0^\infty y(t)\, e^{-st} dt = Y(s)$

TIDSDOMÄN: SMÅ BOKSTÄVER, t
LAPLACEDOMÄN: STORA BOKSTÄVER, s

■ ÖVERFÖRINGSFUNKTION: FUNKTION SOM "ÖVERFÖR" EN SIGNAL TILL EN ANNAN. I LAPLACEDOMÄNEN.

ANTA $y(0)=0$, (1).

$$\mathcal{L} \rightarrow \; sY(s) = -aY(s) + U(s)$$

LÖSER UT $Y(s)$: $$Y(s) = \underbrace{\frac{1}{s+a}}_{G(s),\ \text{ÖVERFÖRINGSFUNKTION}} U(s) \qquad (2)$$

■ POLER : DE s DÄR NÄMNAREN I $G(s)$ ÄR 0. POLER ÄR VIKTIGA FÖR SYSTEMETS DYNAMIK & STABILITE[T]

(2) $s+a=0 \rightarrow s=-a \Rightarrow$ EN POL I $-a$.

* POLER STRIKT I VHP $\Leftrightarrow$ ASYMPTOTISKT STABILT SYSTEM (FÖR ALLA MÖJLIG[A] INSIGNALER.
* POLER STRIKT I HHP $\Leftrightarrow$ INSTABILT SYSTEM

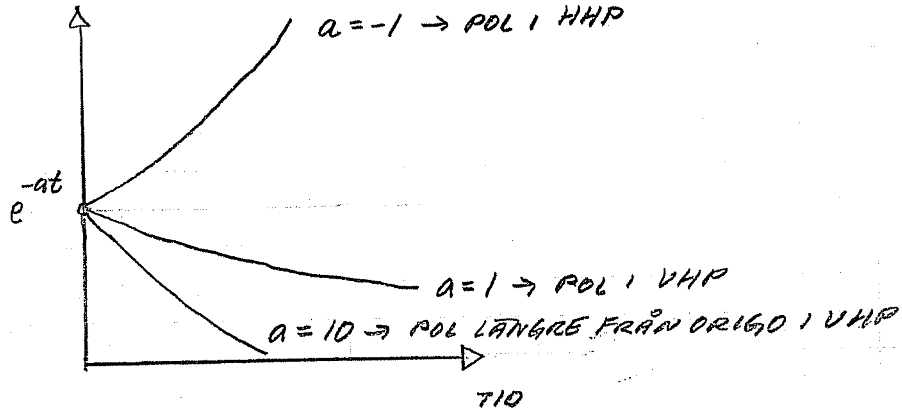
* POLER LÄNGRE FRÅN ORIGO $\Leftrightarrow$ SNABBARE SYSTEM

VARFÖR ?

LÖS (1) DIREKT I TIDSDOMÄNEN:

ANTAG $u(t) = 0$ FÖR ALLA t.

$y(t) = e^{-at}$



* POLER MED NOLLSKILD IMAGINÄRDEL, S.K. KOMPLEXA POLER, ⇔ SVÄNGIGT SYSTEM.

VARFÖR?

$$G(s) = \frac{1}{s+bi}\,\frac{1}{s-bi} = \frac{1}{s^2+b^2}, \quad Y(s) = G(s)U(s) = \frac{1}{s^2+b^2}U(s)$$

$$\rightarrow \quad (s^2+b^2)Y(s) = U(s)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \rightarrow \quad \ddot{y}(t) + b^2 y(t) = u(t)$$

ANTAG $u(t) = 0$ FÖR ALLA t.

$$y(t) = e^{ibt} + e^{-ibt} = 2\cos(bt) \leftarrow \text{SVÄNGER}$$

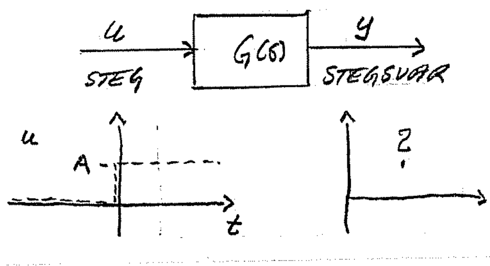
NOLLSTÄLLEN: DE s DÄR TÄLJAREN $\overbrace{\text{ÄR}}^{\text{I } G(s)}$ 0.
NOLLSTÄLLEN ÄR VIKTIGA FÖR SYSTEMETS TRANSIENTA EGENSKAPER. ⇔ HUR SYSTEMET REAGERAR PÅ EN ÄNDRING I u. (AVGÖR $\underline{\underline{\text{EJ}}}$ STABILITET.)

STATISK FÖRSTÄRKNING: DEF. STATISK FÖRSTÄRKNING $= |G(0)|$

(FLYTTA TILL EFTER SLUTVÄRDESSATSEN.)

FÖRSTÄRKNINGEN AV EN KONSTANT INSIGNAL. (MOTIVERING SIDA 82)

STEGSVAR:



$$\text{STEG} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}(\text{STEG}) = \frac{A}{s}$$

- SLUTVÄRDESSATSEN: HUR ETT <u>STABILT</u> SYSTEM BETER SIG DÅ $t \to \infty$.

  OM ALLA NOLLSKILDA POLER TILL $Y(s)$ HAR STRIKT NEGATIV REALDEL SÅ GÄLLER

  $$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s)$$

  LÄGG IN STATISKA FÖRSTÄRKNINGEN HÄR

  BRA: VI KAN RÄKNA UT $y(\infty)$ UTAN ATT ANVÄNDA $\mathcal{L}^{-1}$.

- BEGYNNELSEVÄRDESSATSEN: $\lim_{t \to 0} y(t) = \lim_{s \to \infty} sY(s)$

UPPGIFTER

2.5 PARA IHOP POLNOLSTÄLLEDIAGRAM MED RÄTT STEGSVAR.

ISTÄLLET FÖR $G(s)$ SÅ FÅR VI DESS POLER OCH NOLLSTÄLLEN GRAFISKT.

O - NOLLSTÄLLEN
X - POLER

■ STABILITET:

STEGSVAR: 1, 2, 4, 5 ÄR STABILA. $y(t)$ KONVERGERAR.

3, 6 ÄR INSTABILA. $y(t)$ DIVERGERAR.

DIAGRAM: A, C, E, F ÄR ASYMPTOTISKT STABILA. POLERNA HAR STRIKT NEGATIV REALDEL.

B, D ÄR EJ ASYMPTOTISKT STABILA. DET FINNS POL MED REALDEL = 0.

$\Rightarrow$ A, C, E, F $\rightarrow$ 1, 2, 4, 5

B, D $\rightarrow$ 3, 6

■ SKILJA B, D $\rightarrow$ 3, 6:

DIAGRAM: B HAR EN POL OCH DEN ÄR 0. VAD INNEBÄR DETTA?

$$G_B = \frac{1}{s} \rightarrow Y(s) = \frac{1}{s} U(s) \rightarrow sY(s) = U(s)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \rightarrow \dot{y}(t) = u(t)$$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \rightarrow \dot{y}(t) = 1 \quad t \geq 0$$

ALLTSÅ $y(t)$ HAR KONSTANT LUTNING.

STEGSVAR: AV 3 OCH 6 SÅ ÄR DET 6 SOM $y(t)$ HAR KONSTANT LUTNING.

$\Rightarrow$ B $\rightarrow$ 6 OCH D $\rightarrow$ 3

■ KOMPLEXA POLER:

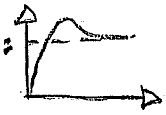
DIAGRAM: F ÄR ENDA SYSTEMET MED KOMPLEXA POLER. KOMPLEXA POLER $\Rightarrow$ SVÄNGIGT SYSTEM.

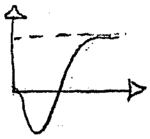
STEGSVAR: 4 ÄR ENDA STEGSVARET MED SVÄNGNINGAR.

$\Rightarrow$ F $\rightarrow$ 4

NOLLSTÄLLEN:

DIAGRAM: A, E. HAR SAMMA POLER MEN OLIKA NOLLSTÄLLEN.

* NOLLSTÄLLEN KAN GE ÖVERSLÄNG: 

* NOLLSTÄLLEN I HHP KAN GE UNDERSLÄNG (SIDA 119) 

* VAD INNEBÄR NOLLSTÄLLE I ORIGO?

A HAR ETT NOLLSTÄLLE I ORIGO OCH TVÅ REELLA POLER $\rightarrow G_A(s) = \dfrac{s}{(s+a)(s+b)}$

SLUTVÄRDESSATSEN: $\lim_{t\to\infty} y_A(t) = \lim_{s\to 0} s\, Y_A(s)$

$Y_A(s) = G_A(s)\, U(s)$ DÄR $U(s) = \dfrac{1}{s}$

$\Rightarrow \lim_{t\to\infty} y_A(t) = \lim_{s\to 0} s \dfrac{s}{(s+a)(s+b)} \dfrac{1}{s} =$

$= \lim_{s\to 0} \dfrac{s}{(s+a)(s+b)} = 0$

STEGSVAR: ENDAST 2 HAR ETT $y(t)$ SOM KONVERGERAR MOT 0.

$\Rightarrow A \rightarrow 2$

SKILJA PÅ C, E OCH 1, 5

DIAGRAM: C OCH E HAR SAMMA POLER. C HAR INGET NOLLSTÄLLE OCH SKA DÄRFÖR EJ HA NÅGON ÖVERSLÄNG. (S.I.D. 35-36)

STEGSVAR: ENDAST 1 SAKNAR ÖVERSLÄNG.

$\Rightarrow C \rightarrow 1$ OCH $E \rightarrow 5$ (APPENDIX)

ALT. BEGYNNELSEVÄRDESSATSEN

2.10 PARA IHOP ÖVERFÖRINGSFUNKTIONER MED STEGSVAR.

■ STABILITET:

STEGSVAR: ALLA STEGSVAR ÄR STABILA. $y(t)$ KONVERGERAR.

G: FINNS DET NÅGOT G MED POLER VARS REALDEL ÄR STÖRRE ELLER LIKA MED NOLL?

G_6 HAR POLER MED POSITIV REALDEL. EJ INSIGNAL-UTSIGNAL STABILT.

$\Rightarrow$ ~~G_6~~ (STRYK PÅ OVER-HEAD)

■ STATISK FÖRSTÄRKNING; $|G(0)|$:

STEGSVAR: (TITTA PÅ STORLEKEN PÅ SLUTVÄRDET.)

B OCH D HAR DUBBELT SÅ STORT SLUTVÄRDE SOM A OCH C. $\rightarrow |G_B(0)| = |G_D(0)| = 2|G_A(0)| = 2|G_C(0)|$

G: ENDAST G_1, G_3, G_4, G_5 KAN UPPFYLLA DETTA.

$\Rightarrow$ ~~G_2~~, $G_1, G_4 \rightarrow A, C$, $G_3, G_5 \rightarrow B, D$

■ SKILJA PÅ $G_1, G_4 \rightarrow A, C$:

STEGSVAR: C SVÄNGER, A SVÄNGER INTE

G: BÅDE G_1 OCH G_4 HAR KOMPLEXA POLER. *TITTA ISTÄLLET PÅ HUR DÄMPAT SYSTEMET ÄR, ALLTSÅ PÅ KVOTEN

$$K = \frac{|Im\text{-DEL AV POL}|}{|Re\text{-DEL AV POL}|}$$

OM $K \gg 1$, ALLTSÅ $|Im\text{-DEL}| \gg |Re\text{-DEL}|$ DÅ ÄR SYSTEMET DÅLIGT DÄMPAT $\rightarrow$ DET SVÄNGER.

ANNARS SÅ ÄR SYSTEMET BRA DÄMPAT $\rightarrow$ DET SVÄNGER EJ.

G_1 ÄR DÅLIGT DÄMPAT, $K = 10$.

G_4 ÄR BÄTTRE DÄMPAT, POLEN I -2 DOMINERAR OCH GER $K=0$

$\Rightarrow G_1 \rightarrow C$ OCH $G_4 \rightarrow A$

■ SKILJA PÅ $G_3, G_5 \rightarrow B, D$:

STEGSVAR: B HAR ÖVERSLÄNG OCH ÄR SNABBARE ÄN D.

G: ÖVERSLÄNG KAN INNEBÄRA NOLLSTÄLLEN MEN EJ SÄKERT! JÄMFÖR ISTÄLLET SNABBHET.

G_3 HAR POLER LÄNGRE IFRÅN ORIGO ÄN G_5 $\Rightarrow$
G_3 ÄR SNABBARE ÄN G_5.

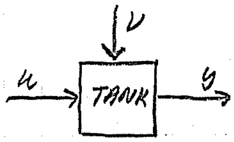
$\Rightarrow$ $G_3 \rightarrow B$, $G_5 \rightarrow D$

2.11a

- UTSIGNAL $y(t)$ - DET VI VILL STYRA → pH-VÄRDET I UTFLÖDET
- STÖRNING $v(t)$ - DET VI INTE KAN STYRA → INFLÖDET AV SYRA
- INSIGNAL $u(t)$ - DET VI KAN STYRA → INFLÖDET AV NaOH

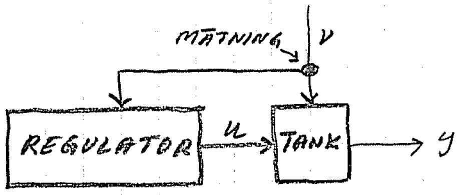
2.11b

- BLOCKSCHEMA UTAN REGLERING:



- OM VI KAN MÄTA v SÅ KAN VI ANVÄNDA <u>FRAMKOPPLING</u>:

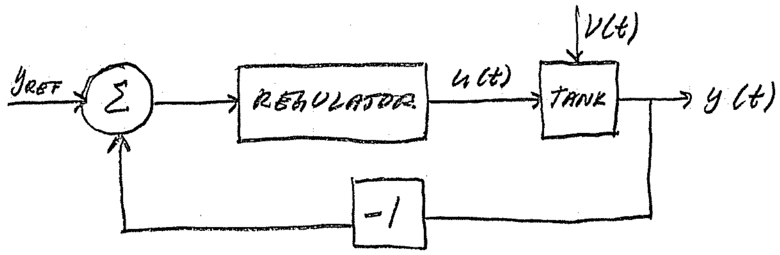
OMTID →



\+ REAGERAR SNABBARE
\- MÅSTE KUNNA MÄTA v
\- KÄNSLIG FÖR MODELLFEL

- ANNARS SÅ ANVÄNDER VI OSS AV <u>NEGATIV ÅTERKOPPLING</u>:

DÅ ANVÄNDER VI YTTERLIGARE EN SIGNAL: REFERENSSIGNAL.
DET ÄR HÄR <u>ÖNSKAT</u> pH-VÄRDE I UTFLÖDET, y_{REF}



\+ BEHÖVER INTE MÄTA v
\+ KAN STABILISERA INSTABILA SYSTEM
\- LÅNGSAMMARE
\- KÄNSLIGT FÖR BRUS I $y(t)$