SF1625 Envariabelanalys
Övning 5 - Derivatans definition

Linnea Persson - laperss@kth.se

L 3.3)

Kalla mängden av det radioaktiva preparatet för f(t).
Hasigheten för bortfallet är $\frac{d}{dt}f(t)$. Dessa är proportionella, d.v.s. en multipel av varandra:

$$\frac{d}{dt}f(t) = af(t)$$

där a är en konstant.

3.7.a)

Tangenten - hur mycket lutar kurvan i pukten?

$$y'(x) = \frac{d}{dx}cos(2x) = -2sin(2x)$$

$$y'(\pi/6) = -2sin(\pi/3) = -\sqrt{3}$$

$$y(\pi/6) = cos(\pi/3) = 1/2$$

Räta linjes ekvation:

$$f = kx + m$$

Där k är $-\sqrt{3}$.

$$f(\pi/6) = -\sqrt{3}\cdot\pi/6 + m = 1/2 \Rightarrow m = 1/2 + \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$$

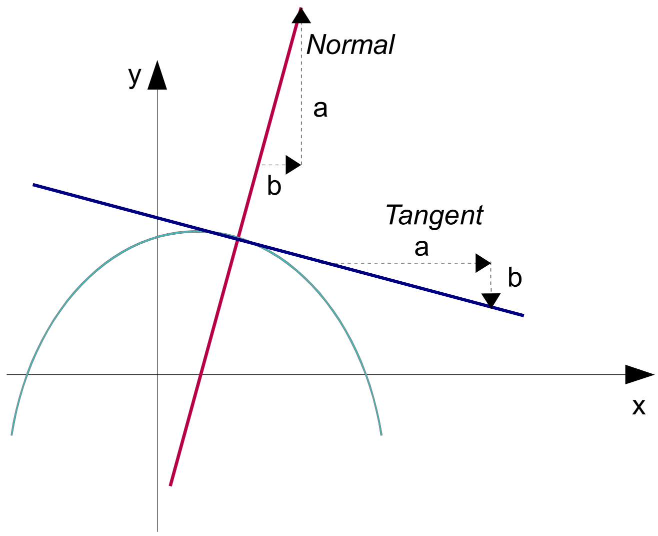
Den sökta ekvationen för tangenten är således:

$$\underline{\underline{f(x) = 1/2 + \frac{\sqrt{3}\pi}{6} - \sqrt{3}x}}$$

Normalen går genom samma punkt men har en annan riktning. Enligt Persson & Böijers är normalens lutning $-\frac{1}{a}$ om tangentens lutning är a. *Varför blir det så?*

Normalen är ju alltid vriden 90 grader mot tangenten. En vridning med 90 grader alltid kommer att göra att lutningen skiftar tecken (förutsatt att $a \neq 0$).

SF1625 Envariabelanalys
Övning 5 - Derivatans definition
Linnea Persson - laperss@kth.se



Lutningen är som bekant definierad som $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Detta ger oss i detta fall:

$$\text{Tangenten: } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-b}{a} = k$$

$$\text{Normalen: } \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{a}{b} = -\frac{1}{k}$$

Med denna information kan vi enkelt räkna ut normalen till vår funktion, cos(2x).

$$\text{lutningen} = k = -\frac{-1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Denna ska gå genom punkten (π/6, 1/2). y = kx + m ger:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\pi}{6} + m \Rightarrow m = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$$

Och den sökta funktionen är:

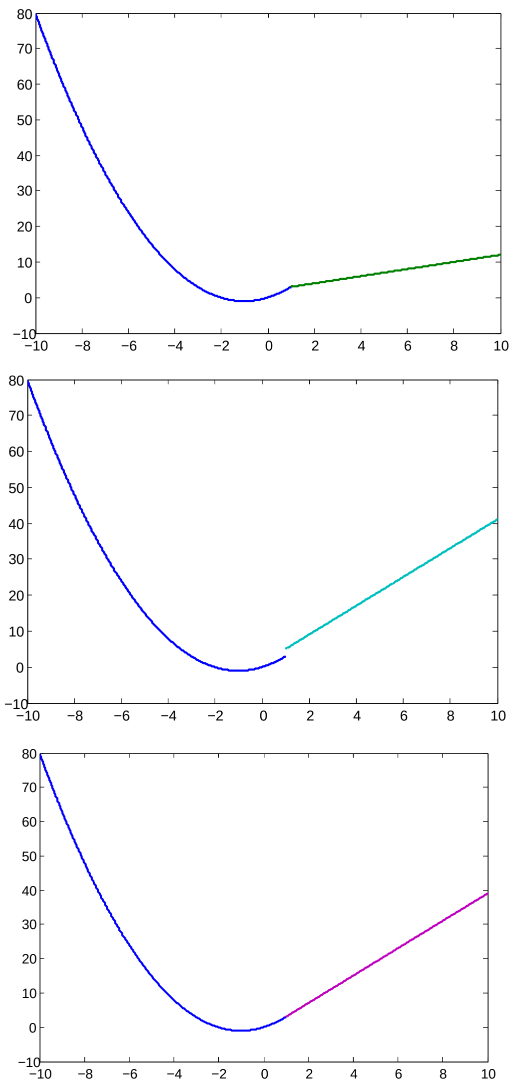
$$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$$

SF1625 Envariabelanalys
Övning 5 - Derivatans definition

Linnea Persson - laperss@kth.se

3.8.

a)



Kontinuerliga: Alla funktioner som är sammanhängande - $\underline{\underline{f_1 \text{ och } f_3}}$

Deriverbara: Om gränsvärdet enligt derivatans definition existerar.