SF1625 Envariabelanalys
Övning 4 -Gränsvärden och kontinuitet
Linnea Persson - laperss@kth.se

2.4.

a)

$$\lim_{x\to 1} \frac{x+2}{x-3} = -\frac{3}{2}$$

b)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2+2x}{x} = \lim_{x\to 0} x+2 = 2$$

c)

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x\to 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x\to 2} \frac{1}{x+2} = 1/4$$

2.5)

$$\lim_{x\to 2} \frac{ax+b}{x^2-4} = \lim_{x\to 2} \frac{ax+b}{(x+2)(x-2)}$$

Här vill vi få bort $(x-2)$ eftersom att det är den som gör att nämnaren går mot ∞ . Detta kan uppnås om täljaren är på formen $C \cdot (x-2)$.
Nästa krav är att $\frac{C}{4} = 1 \Rightarrow$ a = 4, b = -8

2.8.

b)

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x}-1}{x} = \{l'Hospital\} = \lim_{x\to 0} \frac{3e^{3x}}{1} = 3$$

h)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin(3x)} = \{l'Hospital\} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{3\cos(3x)} = 1/3$$

SF1625 Envariabelanalys
Övning 4 -Gränsvärden och kontinuitet
Linnea Persson - laperss@kth.se

TL 2.11.

Se föregående övning

2.17.b)

Samma fråga: är $\lim_{x\to 1} \frac{2x^2-x-1}{x-1} = 3$

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x^2-x-1}{x-1} = \{l'Hospital\} = \lim_{x\to 1} \frac{4x-1}{1} = 3$$

2.18.a)

$$\lim_{x\to 0} \arctan \frac{1}{x} = \pi/2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{ax}-1}{x} = \{l'Hospital\} = \lim_{x\to 0} \frac{ae^{ax}}{1} = a$$

Därför måste $a = \pi/2$

b)

Lägg till $f(0) = \pi/2$ (eftersom att ingen av de andra är definerad i x=0)

2.19)

$$\lim_{x\to 0} x^3 + 3x^2 + 4x - 5 = -5$$

$$\lim_{x\to 1} x^3 + 3x^2 + 4x - 5 = 3$$

Funktonen är kontinuelig (polynom) och den måste därför ha ett nollställe i intervalllet.

SF1625 Envariabelanalys
Övning 4 -Gränsvärden och kontinuitet
Linnea Persson - laperss@kth.se

2.20)

$$\lim_{x\to 0}(8x^3 - 36x^2 + 46x - 15) = -15$$
$$\lim_{x\to 1}(8x^3 - 36x^2 + 46x - 15) = 3$$
$$\lim_{x\to 2}(8x^3 - 36x^2 + 46x - 15) = 64 - 144 + 92 - 15 = -3$$
$$\lim_{x\to 3}(8x^3 - 36x^2 + 46x - 15) = 216 - 324 + 138 - 15 = 15$$

Uppenbarligen kommer det att finnas nollställen i alla intervall.

2.39

b)

$\ln(1+x)$går mot 0 då $x \to 0^+$
$\ln(1+2x)$går mot 0 då $x \to 0^+$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = 0$$

c)

$$\lim_{x\to 0^+} \ln(1+x)/x = \lim_{x\to 0^+} \frac{1/(1+x)}{1} = 1$$
$$\lim_{x\to 0^+} \ln(1+2x)/x = \lim_{x\to 0^+} \frac{2/(1+2x)}{1} = 2$$
$$\underline{\underline{1 \leq \lim_{x\to 0} f(x)/x \leq 2}}$$