SF1625 Envariabelanalys
Övning 2 - Inversa funktioner och trigonometri
Linnea Persson - laperss@kth.se

1.87.

Inverser - ”Vilken funktion kan man sätta in i ordinarie funktion för att resultatet ska bli x?”.

a)

$$f(x) = 3x + 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-4}{3} \qquad x \in \mathbb{R}$$

b)

$$f(x) = |x| \Rightarrow \text{invers saknas.}$$

Vad som än sätts in kan vi ej garantera att resultatet blir x på grund av absoluttecken.

c)

$$f(x) = \frac{1}{x+2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 2 \qquad x \in \mathbb{R}$$

1.89.

$$\begin{cases} f(x) = 2x + 1 & x \in \mathbb{R} \\ g(x) = x^2 & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

a)

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$$

b)

$$f(x) \circ g(x) = f(g(x)) = 2x^2 + 1$$

c)

$$g(x) \circ f(x) = g(f(x)) = (2x+1)^2$$

SF1625 Envariabelanalys
Övning 2 - Inversa funktioner och trigonometri
Linnea Persson - laperss@kth.se

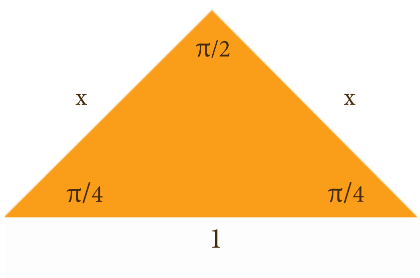
---

d)

$$f^{-1}(x) \circ g(x) = f^{-1}(g(x)) = \frac{x^2 - 1}{2}$$

1.94.

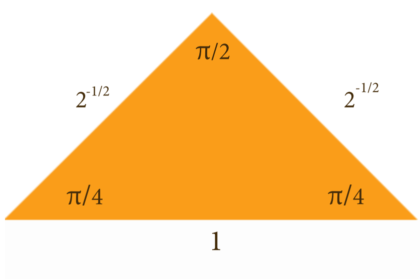
a)



Vad är x? Använd pythagoras sats!

$$x^2 + x^2 = 1^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ur detta får då att

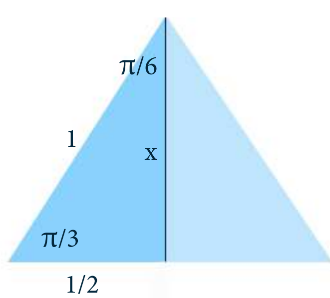


$$\sin(\pi/4) = \frac{1/\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(\pi/4) = \frac{1/\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan(\pi/4) = \frac{1/\sqrt{2}}{1/\sqrt{2}} = 1$$

b)



Om denna delas på två fås en rätvinklig triangel!

$$x = \sqrt{1^2 - (1/2)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

SF1625 Envariabelanalys
Övning 2 - Inversa funktioner och trigonometri
Linnea Persson - laperss@kth.se

$$\sin(\pi/3) = \cos(\pi/6) = \frac{\sqrt{3}/2}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos(\pi/3) = \sin(\pi/6) = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2}$$
$$\tan(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}$$
$$\tan(\pi/6) = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

1.96.

a)

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \{\text{Detta löste vi i förra uppgiften!}\} = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

Där n är ett heltal. Detta läggs till för att få alla lösningar eftersoma tt sinus upprepas periodiskt. En till lösning finns också, eftersom att sinus antar värdet 1/2 två gånger på enhetscirkeln.

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

c)

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \{\text{Även detta löstes ovan...}\} = \frac{\pi}{4} + +2\pi n$$

eller

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

Där n är heltal.

1.115.

b)

$$\arcsin\frac{1}{2} = \text{Lösningen till 1.96.a) som motsvarar n=0} = \frac{\pi}{6}$$

Linnea Persson - laperss@kth.se

d)

$$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

1.124.

$$\arcsin Q = \pi/6 \Rightarrow Q = 1/2 \Rightarrow \arccos Q = \arccos 1/2 = \pi/3$$

1.125.

arccos och arcsin är reellt definerat mellan -1 och 1, och arctan går mellan $\pm\infty$. Vi är bara intresserade av att titta på reella svar här, och begränsar därför oss till dessa områden då vi betraktar de inversa trigfunktionerna.

a)

$$\arccos(\cos x) \Rightarrow -1 < \cos x < 1$$
$$\Rightarrow 0 < x < \pi$$

b)

$$\cos(\arccos x) \Rightarrow -1 < x < 1$$
$$-1 < x < 1$$

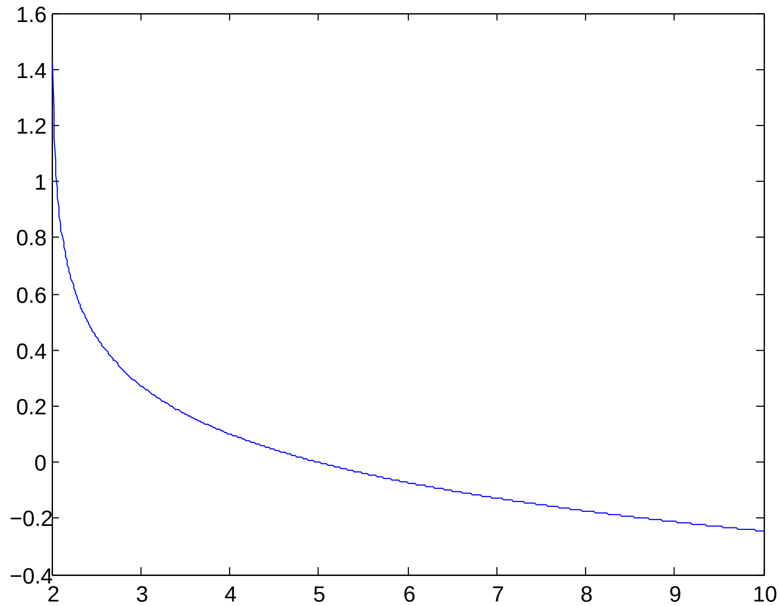
c)

$$\arctan(\tan x) \Rightarrow -\infty < \tan x < \infty$$
$$\Rightarrow -\pi/2 < x < \pi/2$$

SF1625 Envariabelanalys
Övning 2 - Inversa funktioner och trigonometri
Linnea Persson - laperss@kth.se

1.140.

$$f(x) = 2 + 3e^{-4x} \qquad x \in \mathbb{R}$$
$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-\ln((x-2)/3)}{4} \qquad x \in [2, \infty[$$



Funktionen går mot oändligheten idå x går mot 2 (naturliga logarritmen är ej definerat för x $\leq$ 0)$\Rightarrow$ inversen är ej begränsad. Inversen är stikt avtagande (den går sändigt nedåt!) och därmed monoton.