SF1625 Envariabelanalys Extentor/repetition

Linnea Persson - laperss@kth.se

2012-10-17 (7)

(a) Låt f vara en funktion som är definierad för alla $x \geq M$, där M är ett fixt reellt tal. Definiera vad som menas med att f har gränsvärdet A då x går mot 1 **(2 p)**

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = A$$

(b) Bevisa med hjälp av definitionen i uppgift a att **(2 p)**

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\arctan x}{x} = 0$$

2012-10-17 (8)

Låt $\alpha > 1$ vara ett reellt tal. Visa att

$$(1+x)^{\alpha} \geq 1 + \alpha x \ \text{ då } x \geq -1$$

2012-10-17 (9)

Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \ln \left(\sqrt[n]{1 + \frac{k}{n}} \right)$$

Ledning: Tänk på Riemannsummor.

2012-12-10 (8)

En sfärisk behållare med radie R m fylls med vatten i en takt av $v\ m^3$ per minut. Hur snabbt, dvs med hur många meter per minut, stiger vattenytan vid den tidpunkt då vattennivån är R/4 m (över behållarens lägsta punkt)?

2012-12-10 (9)

(a) Visa att $\ln(1+x) < x$ för alla $x > 0$. (1 p)
(b) Avgör om serien är konvergent eller inte:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + n e^{-n^2} \right)$$