SF1625 Envariabelanalys

Repetition/Extentor

Linnea Persson - laperss@kth.se

2012-10-17 (6)

(a) Ställ upp en matematisk modell för hur temperaturen beror av tiden när man fryser in ett nybakt bröd. Brödet har temperaturen 30 ° när man sätter in det i frysen, som håller den konstanta temperaturen -20° C. Vi antar för enkelhets skull att temperaturen är densamma i hela brödet och att den följer Newtons avsvalningslag, dvs att brödets temperaturändring per tidsenhet är proportionell mot skillnaden mellan frysens och brödets temperaturer. **(2 p)**

(b) Efter en timme i frysen har brödet temperaturen 10°C. Vad är brödets temperatur efter 2 timmar i frysen? **(2p)**

2013-08-24 (9)

En tråd ligger i xy-planet med sin p vänstra ände i origo. Trådens lutning i punkten (x; y) är $\sqrt{e^{2x}-1}$ och dess längd är 1 l.e. (1 längdenhet).

a. (2p) Vad är x-koordinaten för trådens högra ände?
b. (2p) Vad är y-koordinaten för trådens högra ände?

Ledning för b: Substitutionen $t = \sqrt{e^{2x}-1}x$ kan vara till hjälp.

2012-06-07 (9)

Visa att

$$\frac{\pi}{20} \leq \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2+100} \leq \frac{\pi}{20} + \frac{1}{100}$$

2013-06-05 (7)

Bevisa att om funktionen f har lokalt maximum i en inre punkt x_0 i definitionsintervallet och om f är deriverbar i x_0 så är

$$f'(x_0) = 0$$

SF1625 Envariabelanalys
Repetition/Extentor
Linnea Persson - laperss@kth.se

2011-12-15 (9)

En 2 meter lang cylindrisk stång med radie 0.1 meter ar gjord i ett material med variabel densitet. Densiteten ρ varierar med avstandet till ena änden av stången enligt formeln

$$\rho(x) = 1 - \frac{(x-1)^2}{4}\text{kg/m}^3$$

där $x \in [0, 2]$ alltså är avståndet till ena änden av stången. För att beräkna stångens massa kan man tanka så att man delar in stången i mindre bitar och räknar på massan av varje sådan liten bit och till slut sumerar. Om vi tänker oss att stången är placcerad längs x-axelnmed den ena ändpunkten i 0 och den andra i 2 så kan vi dela upp stången i n stycken mindre bitar genom välja x-punkter så att

$$0 = x_0 < x_1 < x_2 < ... < x_n = 2$$

Avståndet mellan punkt x_{j-1} och x_j kallar vi för Δx_jMassan av den del av stången som ligger mellan dessa punkter är nu approximativt

$$\rho(x_j) \cdot 0.1^2 \pi \Delta x_j \text{kg}$$

och hela massan fås genom summering:

$$\sum_{j=1}^{n} \rho(x_j) \cdot 0.1^2 \pi \Delta x_j \text{kg}$$

Om indelningen görs obegränsat fin (dvs om vi låter $n \to \infty$ på ett sådant sätt att alla $\Delta x_j \to 0$) så får vi stångens massa. Beräkna stångens massa.

2011-12-15 (6)

Låt

$$\sum_{k=4}^{\infty} \frac{\ln k}{k^2}$$

(a) Visa att S är konvergent.
(b) Visa att S $\leq$ 1.