

SF1625 Envariabelanalys

Kursmål och pluggtips

Lars Filipsson

Institutionen för matematik
KTH

Kursmålen står på sidan Kursplan mm (länk i menyn). De anger vad man ska kunna för att bli godkänd på kursen. I den här pdf:en går jag igenom kursmålen och ger några pluggtips baserade på dem. Formuleringarna här är inte ordagrant som i kursplanen, men andemeningen är densamma. Se kursplanen för exakt ordalydelse.

Tre övergripande mål

När det gäller funktioner av en reell variabel ska man kunna:

1. Använda, förklara och tillämpa **begrepp** och **problemlösningsmetoder**
2. Ställa upp och analysera **modeller** för tillämpade förlopp.
3. Läs och förstå matematisk text samt **kommunicera** matematik muntligt och skriftligt

Exempel på mål 2 (och 3)

Uppgift 1: En cylindrisk silo med radie 2 meter och höjd 6 meter är fullpackad. Densiteten ρ av innehållet varierar med höjden h enligt formeln

$$\rho(h) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h}{2}}} \text{ ton/m}^3.$$

Beräkna massan av innehållet i silon.

Uppgift 2.: När en kondensator laddas ur över ett motstånd gäller att spänningen u uppfyller differentialekvationen

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = 0$$

där R är motståndets resistans, C är kondensatorns kapacitans och $u(t)$ alltså spänningen vid tiden t .

Lös differentialekvationen och beräkna hur lång tid det tar för spänningen att halveras.

Mål om elementära funktioner. Redogöra för de elementära funktionernas grundläggande egenskaper, såsom t ex potenslagar, logaritmlagar och trigonometriska formler, samt använda dessa i problemlösning och beräkningar

Testas genom: Denna färdighet krävs i många uppgifter på tentan. På de flesta tentor finns det uppgifter om e^x , $\ln x$, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\arcsin x$ och $\arctan x$ osv.

Mål om derivator. Beräkna derivator med hjälp av bl a produktregeln, kvotregeln och kedjeregeln och använda derivata för att undersöka en funktions egenskaper, t ex avgöra frågor om växande och avtagande, skissera funktionsgraf, bestämma tangent, bevisa olikheter och hitta extremvärden

Testas genom: Direkt med uppgifter om detta på tentan. Finns på alla tentor, ofta flera uppgifter. Håll utkik efter "värdemängd", "största/minsta värde", "växande/avtagande", "skissa grafen" etc.

Bestäm värdemängden till funktionen f som ges av

$$f(x) = 2 \arctan x + \ln(1 + x^2), \quad -\sqrt{3} \leq x < 1$$

Mål om Taylors formel. Använda Taylors formel för att approximera funktioner med polynom till given noggrannhet

Exempel: Finn Taylorpolynomet av grad 2 kring punkten $x = 0$ till $f(x) = \ln(1 + x)$ och använd det för att hitta ett närmevärde till $\ln 1.05$. Avgör om felet är mindre än 10^{-4} .

Mål om integraler 1. Redogöra för Riemann-integralens definition och tillämpningar, samt approximera integraler med Riemannsummor

Exempel: Skriv upp en Riemannsumma till integralen $\int_1^2 \frac{1}{t} dt$ och använd den för att ange ett närmevärde till $\ln 2$.

Mål om integraler 2. Redogöra för analysens huvudsats om sambandet mellan derivata och integral, samt använda denna i problemlösning och beräkningar

Exempel: Låt $F(x) = \int_0^x (1 + \sin(t^2)) dt$. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{2x}$

Mål om integraler 3. Beräkna integraler med hjälp av primitiv funktion, partiell integration, variabelsubstitution och partialbråksuppdelning

Exempel: Beräkna integralerna $\int_1^{\pi^2} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ och

$$\int_0^{\pi} x \sin x dx$$

Mål om diffekvationer. Lösa vissa linjära ordinära differentialekvationer med konstanta koefficienter och redogöra för hur dessa uppkommer i tillämpningar

Exempel: Lös $y''(t) + 6y'(t) + 9y(t) = 18$ med initialvillkor $y(0) = 2$ och $y'(0) = 1$

De sista tre målen:

+ Beräkna gränsvärden och använda dessa för att studera funktioners beteende lokalt eller asymptotiskt

(Metod: Taylor/ l'Hopital mm)

+ Avgöra om en given funktion är inverterbar och om möjligt beräkna inversen

(Metod: Derivata/Lös ut x ur $y = f(x)$)

+ Avgöra om vissa serier är konvergenta eller divergenta och om möjligt beräkna dem

För högre betyg ska man också kunna

- Redogöra för envariabelanalysens teori med definitioner, satser, bevis
- Generalisera och anpassa metoderna så att de passar i delvis nya situationer
- Lösa problem som kräver en kombination av metoder eller mer omfattande beräkningar i flera steg
- Lösa mer avancerade problem om t ex gränsvärden, serier, integraler och tillämpningar

Några pluggtips baserade på kursmålen

Prioritera det grundläggande.

- Bli riktigt bra på att derivera
- Lär dig att göra teckenschema för derivatan
- Lär dig lösa de diffekvationer som ingår
- Lär dig ta fram och använda Taylorpolynom
- Lär dig variabelsubstitution och partiell integration
- Få ett hum (åtminstone) om \ln , \exp , trig , arc , ...

Sedan tar man de svårare grejerna

- Teori
- Knepiga tillämpningar
- Specialfall och specialtrix
- Serier och generaliserade integraler