Diff&Trans II — Datorlaboration om det begränsade trekroppsproblemet

skriven av Håkan Eliasson; något reviderad av Jockum Aniansson.

Denna laboration kan erbjuda intressanta bilder.

Du skall söka en lämplig placering för en rymdstation R i en stationär bana i förhållande till Jorden och Månen.

Vi antar att J och M rör sig i helt cirkulära banor omkring deras gemensamma mass–centrum och använder oss av ett roterande koordinatsystem som följer J-M-systemet. I detta koordinatsystem har J och M de fixa positionerna $(-\mu, 0)$ och $(1-\mu, 0)$.

R:s position $(x(t), y(t))$ kommer att uppfylla ett system av två kopplade ODE av andra ordningen

$$\begin{aligned} x'' &= 2y' + x - (1-\mu)\frac{x+\mu}{r_1^3} - \mu\frac{x-1+\mu}{r_2^3} \\ y'' &= -2x' + y - (1-\mu)\frac{y}{r_1^3} - \mu\frac{y}{r_2^3} \end{aligned} \qquad (*)$$

där $r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2}$ and $r_2 = \sqrt{(x-1+\mu)^2 + y^2}$. Enheterna i detta system är valda på så sätt att längdenheten är 384000 km (ung. avtståndet mellan J och M) och tidsenheten är 375100 sekunder (drygt 4 dagar).

Du skall nu välja ett värde på μ mellan $\frac{1}{100}$ och $\frac{1}{50}$ — du får välja vilket värde som helst utom $\mu = \frac{1}{82.45}$ som är det realistiska värdet för vår jord och måne och som används i Nada's laboration 4-5.

1. En stationär bana för R i förhållande till Jorden och Månen ges nu av ett jämviktstillstånd till systemet $(*)$. Sök dessa genom att skriva $(*)$ som ett system av av första ordningen för x, x', y, y' och bestämma de kritiska punkterna.

2. Analysera de linjära approximationerna till systemet i de funna jämviktslösningarna och gör utifrån denna analys ett förslag på lämplig placering av R.

Vi vill nu undersöka om det föreslagna jämviktstillståndet är tillräckligt stabilt: vi kan placera R där med en noggrannhet av 0.001 längdenheter (ca. 384 km) och vi vill att R:s läge inte störs alltför mycket — högst 0.1 längdenheter säg — under åtminstone en 30-årsperiod.

3. Gör en numerisk test av stabiliteten hos ditt förslag på följande sätt: välj godtyckligt ett antal (t.ex. 5) begynnelsevärden (position och hastighet) på ett avstånd av 0.001 längdenheter från jämviktstillståndet och integrera systemet numeriskt under 30 år (ca. 2500 tidsenheter). Plotta därefter R:s position i (x, y)-planet och notera huruvida R förblir på ett avstånd av högst 0.1 längdenheter från jämviktstillståndet. Om den ej gör det, undersök i så fall under hur lång tid som R faktiskt förblir på detta avstånd.

Gör samma sak med övriga jämviktstillstånd.

Senast uppdaterad den 26 januari 1998 eller senare.