Diff&Trans II — datorlaboration om Bifurkationer

skriven av Håkan Eliasson; mycket lätt reviderad av Jockum Aniansson.

Du skall studera de två system som förekommer i Nada's laboration 4-6 lite närmare. Dessa system innehåller parametrar och avsikten är att studera om deras beteende förändras kraftigt när parametrarna ändras — ett fenomen som brukar kallas för *bifurkationer.* (Punkt 1. och 5. nedan må överhoppas om Du **absolut** inte har tillgång till ovannämnda Nada–labb.)

---

1. De **två** variablerna V och S styrs av ett system av två kopplade ODE — se Nadas laboration. Visa att man m.h.a. en lämplig skalning av variablerna till
$x = \alpha V, \quad y = \beta S,$ kan skriva systemet som

$$\begin{cases} x' &= 21x(1-x) - xy\,, \\ y' &= -11y + bxy\,. \end{cases} \tag{1}$$

2. Välj nu $b = 23$ och bestäm och analysera jämviktslösningarna till systemet (1). Gör en bedömning av vilka olika sluttillstånd systemet kan ha — finns det t.ex. några periodiska förlopp eller kan man utesluta den möjligheten?

3. Plotta ett antal trajektorier i fasplanet — ta speciellt med de stabila och instabila mångfalderna till sadelpunkter om sådan finns. Bekräftar plotten din analys från punkt 2 ?

Du skall nu låta b vara en fri parameter och undersöka hur systemet (1) förändras när du ändrar b.

4. Bestäm och analysera jämviktslösningarna till systemet (1) för alla värden på b — detta kan göras för hand med en explicit kalkyl. Finns det parametervärden för vilka systemet (1) har ett annat beteende? Välj i så fall ett sådant b_0 och plotta fasporträtten för några olika parametervärden b mellan $b = b_0$ och $b = 23$ och notera hur systemen förändras.

Nu går du över till systemet av **tre** kopplade ekvationer som styr variablerna V, S, R.

5. Visa att man m.h.a. en lämplig skalning av variablerna till
$x = \alpha V, \quad y = \beta S, \quad z = \gamma R,$ kan skriva systemet som

$$\begin{cases} x' &= 21x(1-x) - xy\,, \\ y' &= -11y + bxy - yz\,, \\ z' &= -2.1z + cyz\,. \end{cases} \tag{2}$$

6. För varje val av b och $c > 0$ har systemet (2) exakt en jämviktslösning (x_o, y_o, z_o) som inte ligger i något av koordinatplanen, d.v.s. x_o, y_o, z_o är alla skilda från 0. Beräkna denna punkt och den linjära approximationen till systemet (2) i den.

7. Undersök nu några olika värden på b och c och se om jämviktstillståndet kan vara av olika typ för olika värden. Försök hitta åtminstone två olika typer och plotta fasporträttet nära jämviktstillståndet i dessa olika fall.

Senast uppdaterad den 26 januari 1998 eller senare.