Våra ?indiska? siffror

Förbehåll. Varje berättare måste själv välja ut det han förtäljer och ofta skapa en röd tråd i sin berättelse. Detta bör han göra helt subjektivt. Om ni tycker jag är polemisk (av grekiskans pólemos, krig) så riktar jag mig huvudsakligen mot våra döda föregångare. Det finns säkert otaliga varianter till framställningen nedan. Författaren emottager gärna *konstruktiv* kritik.

Den läsare som går till min fil
https://people.kth.se/~jockum/refmathkhronika1.html
kan där finna pekare till **bilder** på nätet.

* * *

När jag var liten kallades våra vanliga siffror arabiska. Långt senare fick jag se beteckningen indisk-arabiska siffror, men numera tycker jag benämningen indiska siffror är den bästa. Hvi så?

Grekerna. Vi tager vårt avstamp i det klassiska Hellas. "De gamla grekerna" hade tjugosju olika tecken för talen
ett, två, $\cdots$, nio, tio, tjugo, $\cdots$, nittio, hundra, tvåhundra, $\cdots$, niohundra.
Det var helt enkelt bokstäverna i deras alfabet som fick göra dubbel tjänst. När ett siffervärde avsågs tillfogade man oftast ett tecken kallat keraia ($\kappa\varepsilon\rho\alpha\acute{\iota}\alpha$): Ett skrivs α' , två tecknas $\beta^{'}$ och $\Gamma^{'}$ läses som tre. Detta system vilar uppenbarligen på bas tio. Trots det så brukade grekerna det babyloniska, sexagesimala talsystemet med bas sextio för t ex vinklar med grader, minuter och sekunder. Astronomen Klaudios Ptolemaios (circa 100–160) lär ha använt en punkt eller liten ring som platshållare i sina omfattande kordatabeller (1) (i de positioner i tabellen där ingen "riktig" siffra skulle stå). Dessa tabeller ingick i hans stora astronomiska verk Mathematike syntaxis, Den matematiska samlingen, fick senare namnet Megale syntaxis, Den stora samlingen, vidare Megiste (syntaxis), Den största (samlingen), vilket på arabiska blev al-Megist eller Almagest.(2)

Indierna. Även indier och kineser använde bas tio. Vi kan spåra våra tio siffror till den indiska subkontinenten. Ursprungligen verkar indierna ha använt tjugosju olika symboler för de tjugosju tal som ovan nämnts plus några till för ännu större tal. De brukar på engelska kallas Brahmi numerals. Omkring år 600 e Kr synes indierna hava slutat använda symbolerna för talen tio, tjugo, osv och koncentrerat sig på siffrorna ett t o m nio, som de då utnyttjade i ett positionssystem. Eftersom sanskrit är ett indo-europeiskt språk så liknar deras ord för de första nio siffrorna våra egna ord. Först står räkneordet på sanskrit och efter snedstrecket på dagens dotterspråk hindi:
eka/ek , dvi/do , tri/tīn , catur/cār (jfr latinets quattor, ryskans tjetýre) ,
pañca/ pāc (jfr grekiskans pente, ryskans pjat') , ṣaṣ/chaḥ ,
sapta/sāt (jfr franskans sept) , aṣṭa/āṭh , nava/nau.
Tecknen för de indiska siffrorna utgjorde möjligen i sin första form initialbokstäverna i motsvarande räkneord. Från början fanns nog ingen platshållare bland siffrorna;

troligen markerade man en tom plats i detta positionssystem med en prick eller punkt. Den store indiske matematikern Brahmagupta behandlade begreppet noll år 628. Den äldsta nollan som en liten rund ring har spårats till Kambodja år 683. På sanskrit kallades den sunya, śūnya, eller shunya, vilket också betyder 'tom'. (Slavister kan jämföra med ordet sujetá på ryska, som betyder vanitas, fåfänglighet, och det är ju nästan detsamma som tomhet.)

Arabiska. Kalifen al-Mansur, som regerade år 754–775, räknas som Baghdads grundare år 766. Det sägs att han bad indiska lärda komma till Baghdad och medtaga astronomiska manuskript. De indiska siffrorna kan ha kommit till Baghdad med en "ambassad" (beskickning, följe) från Sind i nv Indien i början av 770-talet. Delegationen medförde en indisk astronomisk avhandling, som översattes till *Sindhind al-kabir*, där al-kabir betyder den stora.
Bayt al-Hikma (Bayt al-Ḥikmah, Bayt Ul-Hikma, Visdomens Hus) i Baghdad grundades av kalifen Harun al-Rashid (reg. 786–809, känd från samlingen *Tusen och en natt*) eller av hans son kalifen al-Mamun (reg. 813–833). Där samlades många lärda, speciellt perser. Tyvärr fick inte Bayt al-Hikma blomstra många sekel och slutligen jämnades Baghdad med marken vid mongolernas invasion år 1258.
En av de första och största matematikerna i Baghdad var Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī (780–850, Muhammed, son till Musa, från Khorezm – som ursprungligen var namnet på en oas söder om Aralsjön i dagens Uzbekistan). De indiska siffrorna infördes på arabiska utav bl a al-Khwarizmi i boken (från circa år 825)

Kitab al-jami wa-l-tafriq bi hisab al-Hind [här utan diakritiska tecken!] eller
Kitabu l-jamiwa 't-tafriq bi-hisabi 'l-Hind. Dess titel har översatts till
Liber de additione et subtractione cum calculo Indico,
Algoritmi de numero Indorum,
Book on augmentation and diminution with Indian reckoning,
On the Calculation with Hindu Numerals.

Ordet sunya översattes till det arabiska ṣifr, som också betyder tom.
En utvikning. Al-Khwarizmis mest berömda verk (från circa år 825–830) är
Al-kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa'l-muqābala, (på latin egentligen:)
Liber compendiosus de computando per perfectionem compensationemque,
men den blev circa år 1145 översatt till latin med den kortare titeln
Liber algebrae et almucabala.
Det anmärkningsvärda är alltså att translatorn **inte** översatte de två enkla arabiska orden al-jabr och al-muqabala i titeln. Den har även begåvats med den latinska titeln
Ludus algebrae almucgrabalaeque (sic!). På andra språk har boken kallats
Kompendiet om beräkning genom återställande och balansering,
The Compendious Book on Calculation by Completion and Balancing,
Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison,
Das kurz gefasste Buch über die Rechenverfahren durch Ergänzen und Ausgleichen,
Kratkaja kniga vospolnenija i protivopostavlenija.

Ordet **al-jabr** (**al-djabr**, al-ğabr) blev till slut beteckningen för dessa manipulationer, på franska algèbre. Boken inleds med att lovprisa Gud och där står att "Allah har gjort den framstående imamen al-Mamun, de trognas härförare, förtjust i vetenskap."

algoritm. När sedan (de enkla algebraiska) operationerna förklaras, så kan man i den latinska översättningen läsa orden *Dixit algorismi* (säger al-Khwarizmi), vilket med tiden kom att omtolkas till *säger algorithmen.* Mannen från Khorezm blev omvandlad till det idag omhuldade ordet för räkneregel, räkneprocedur. Ibland får ordet algoritm nästan betydelsen oomkullrunkeligt datorprogram, omutligt mjukvaruprogram, gudomligt obegripligt. Under latiniseringen blev al-Khwarizmi först Alchoarismi, för att sedan transformeras till Algorismi, Algorismus, Algorisme, Algorithmi, Algorithme. (Men al-Khwarizmi var inte ensam; hans yngre kollega al-Kindi skrev omkring år 830 fyra volymer om hur man använder de indiska siffrorna, om hur man räknar *al-Hindi.*)

Europa. I Romarriket användes både grekiska och romerska siffror. Det är lätt att gissa att dessa båda minst sagt klumpiga siffersystem med tiden måste ha framstått som nästan oöverstigliga hämskor.

De muslimska morerna hade tagit med sig de indiska siffrorna till iberiska halvön. De kristna européerna kom i kontakt med dessa siffror som de arabiska handelsmännen använde. Redan mot slutet av 900-talet e Kr försökte den blivande påven (sic!) införa de indiska siffrorna i det kristna Europa.

Han hette Gerbert d'Aurillac (född mellan år 945 och år 950, död i Rom år 1003), kallad le savant Gerbert, den lärde Gerbert, påve åren 999–1003 med namnet Silvester II (eller Sylvester). Gerbert tillbringade åren 967–970 i Spanien och lärde sig där de nya indiska siffrorna, som han tog med sig hem till Reims i Frankrike och sedan till Italien. Men nollan verkar ha saknats och då kan man ju inte räkna särskilt effektivt med dem. På en berömd bild i Codex Vigilanus från år 976 kan man känna igen merparten av de nio siffrorna men långt ifrån alla.

Det var fler som gjorde propaganda för de nya siffrorna: Adelard av Bath (Atelhard) översatte al-Khwarizmi omkring år 1130 och då kom siffrorna med på köpet. Juan Hispalense (Johannes Hispalensis, Jean de Séville, Johan av Sevilla, aktiv 1135–1153) skrev lärobok i samma ämne omkr. 1150. Nollan verkar också dyka upp i det kristna Europa nu på 1100-talet.

Men det räckte inte med vare sig ett eller två eller tre försök. För många kändes nog de "gamla, hederliga" romerska siffrorna säkrare. Kyrkans makt var stor. Gerberts motståndare avbildade honom i lag med självaste djävulen.

Leonardo. Den som slutligen lyckades introducera de nio indiska siffrorna och nollan var den norditalienske matematikern Leonardo Pisano (Leonardo från Pisa, född circa 1175–1180, död circa 1235–1241). Hans far arbetade vid tullhuset i Bugia (Bougie, Béjaïa, hamnstad i Kabylien i dagens Algeriet). Där kom sonen i kontakt med det nya räknessättet. Senare under sina vidsträckta resor kring Medelhavet lärde han sig tillräckligt för att i sin bok Liber abaci (Liber abbaci, Boken om abacus, räkning eller räknekonst), från år 1202, omarbetad år 1228, använda dem alla tio.

Abacus betyder räknetavla, senare även räkneram (ofta av trä) med träkulor upp-trädda på parallella smala metallstänger.
Leonardo skriver i boken att han räknar *modus indorum*.
Inte nog man att han drog en lans för de indiska siffrorna, boken var full av roliga räkneuppgifter. En av dessa handlade om de kända kaninparen, som antogs föröka sig som en i stort sett geometrisk progression (med geometrisk hastighet), den explosionsartade fart, som vi idag kallar exponentiell tillväxt. År 1838 (sic!) fick denne Leonardo circa sexhundra år efter sin död tillnamnet Fibonacci, vilket är en kontraktion av latinets filius Bonacii och italienska figlio di Bonaccio (son till Bonaccio). Ordet Fibonacci var det patronymikon (fadersnamn) som hans far Guglielmo och hans farbröder bar; Bonaccio var sålunda Leonardos farfars förnamn. Så kan det gå när man inte själv står kvar på barrikaderna och kan försvara sig! Mot slutet av sitt liv hade han förärats den vackra titeln
Discretus et sapiens magister Leonardo Bigollo (efter Bugia).

Ordet siffra. I det kristna Europa fick nollan under korstågens tidevarv många stavningar, som alla går tillbaka till arabiskans ṣifr:
sifra, cifra, cyfra, cyphra, zyphra, tzyphra, zephirum, osv.
Leonardo själv skrev zephirum, kanske under intryck av den grekiska Västanvinden Zefyros, på latin Zephyrus, på italienska Zefiro.
Det arabiska ordet sifr (aṣ-ṣifr) har i Europa transformerats till tre olika ord med tre olika betydelser:
1) Orden ṣifr eller ṣafira gav på latin zephirus och den italienska formen zefiro, på venetianska zevero, vilket kontraherades till det italienska zero, som via franskans zéro blev engelskans zero. Dock fanns ordet cipher länge kvar i engelskan i betydelsen noll. På svenska kunde man förut säga om någon att *han är just en siffra*, i betydelsen han är ju en (riktig) nolla.
2) Tillsammans kallades de tio krumelurerna på latin *ciphræ et figuræ,* där ettan t o m nian kallades figurer, men med tiden kom alla tio att kallas *ciphræ,* vilket återfinns i italienska cifra, franska chiffre, tyska Ziffer, svenska siffra. Men på engelska kan man än idag kalla alla tio siffrorna för *figures!*
3) En tredje betydelse är chiffer, portugisiska cifra, ryska sjifr. Det franska verbet chiffrer (chiffrera, kryptera) finns belagt redan år 1515. (François Viète (1540–1603) blev expert på chiffrering.) Kanske började man med bokstavschiffer, där bokstävernas förskjutning beskrevs av siffror.[(3)]

Vårt ord noll kommer nog via tyskans null från latinets nullus (ingen) och det äldre italienska *nulla figura* (dvs ingen siffra).

Om man idag slår upp Leonardos Liber abaci och tittar på siffrorna i marginalen, så upptäcker man till sin förvåning att man inte kan läsa dem alla! Det skulle taga ännu *trehundra år* innan samtliga fått sitt idag välkända utseende; man brukar säga att det var den lysande konstnären Albrecht Dürer (1471–1528), som först på femtonhundratalet gav siffran fem en form som vi idag är vana vid. Den nya boktryckarkonsten bidrog samtidigt starkt till de nya siffrornas snabbare spridning.

Från samma sekel finns underbara gravyrer som visar hur abacister tävlar i räknefärdighet med algorister. Abacisterna höll kvar vid sin gamla kulram eller räknebräde med kulor, medan algoristen skrev med de moderna siffrorna. (Abacist betydde nog räknenisse från 1200-talet fram till 1500-talet.)

Banker och bokföring. Åter till norra Italien på 1200-talet. Arsenalen i Venedig finns kvar än idag. Här byggdes handelsfartyg nästan som på löpande band. Adelsmän och patricier investerade i nya fartyg, som skulle kunna segla till Levanten och lasta fartygen fulla med kryddor och andra åtråvärda österländska varor. Om de inte kapades av sjörövare skulle vinsten delas hemma i Venedig. Alla dessa räkenskaper blev mycket lättare med de nya indiska siffrorna. Tillgångar skrevs med svart bläck och skulder med rött bläck (minustecknet hade ännu icke gjort sitt intåg). Än idag vill man inte hamna "in the red" på engelska. Den dubbla bokföringen och bankväsendets uppkomst hänför sig till detta tidevarv.

Sverige. Till vårt land kom de nya siffrorna nästan förvånansvärt snabbt, mätt med den tidens mått: Från slutet av 1200-talet dyker de upp i svenska offentliga handlingar, för att bli vanliga först på 1400-talet. De återfinns på mynt från detta sekel, t ex på ett mynt slaget av Sten Sture d ä år 1478. De romerska siffrorna utträngdes först på 1500-talet i Sverige, men icke fullständigt: Vi har ju kvar dem så att säga i reserv, som alternativa siffror för t ex kapitelindelning.

Som ett kuriosum kan nämnas att grekerna har behållit sina gamla grekiska siffror för t ex regenter; vår egen konung Carl XVI Gustaf heter på grekiska
Karolos ΙΣΤ′ Goustavos, *Κάρολος* ΙΣΤ′ *Γουσταύος*,
där räkneordet Ι′ betyder tio eller den tionde, och räkneordet ΣΤ′ betyder sex eller den sjätte; tillsammans alltså sexton eller den sextonde. Apostrofen efter bokstaven avslöjar att det rör sig om ett tal eller en siffra och inte en vanlig bokstav med ett helt annat ljudvärde.
(Den gamla grekiska bokstaven digamma, som hade tilldelats talvärdet sex, föll tyvärr tidigt bort ur det panhellenska alfabetet; den ersattes av bokstaven stigma, som också föll bort! De ersattes i skrift av (den otympliga) kombinationen av *tvenne bokstäver*, så att talet sex i högtidliga sammanhang skrivs $\sigma\tau$! [Denna olycka drabbade de tre olika grekiska bokstavsiffrorna sex, nittio (koppa, qoppa) och niohundra (sampi eller tsampi).])

Sammanfattning. Våra siffror kommer från Indien, medan själva ordet siffra kommer från arabiskans sifr, som är en översättning av indiernas ord sunya.
al-Khwarizmi skriver att han räknar *al-Hind*.
Leonardo räknar enligt *modus indorum*, på indiernas sätt.
Så när vi talar om "arabiska siffror" är det egentligen bara ordet siffra som är arabiskt.
Varför började de då kallas "arabiska siffror"?
Kanske för att det arabiska ordet sifr (tom) kom att beteckna dem alla tio.
De förmedlades ju onekligen till Europa av muslimerna på den iberiska halvön, i Nordafrika och i Mellersta Östern.

Uppvaknande. En av dem som bidrog till att återge siffrorna deras rättmätiga namn var kanske den lärde nederländske bibliofilen och manuskriptsamlaren Isaac Vossius (1618–1689), som bl a var drottning Kristinas lärare åren 1648–1654. År 1658 upptäckte han i ett manuskript av romaren Boethius (eller Boëthius, född mellan 524 och 526, död 480/485) siffror, som liknade de indiska.

Den store matematikern och astronomen Pierre–Simon de Laplace (1749–1827) publicerade åren 1796 och 1798 verket Expositions du système du monde. Mitt i ett avsnitt om indisk astronomi i forntiden skriver han
C'est de l'Inde que nous vient l'ingénieuse méthode d'exprimer tous les nombres avec dix caractères, en leur donnant à la fois une valeur absolue et une valeur de position, idée fine et importante qui nous paraît maintenant si simple que nous en sentons à peine le mérite. Mais cette simplicité même et l'extrême facilité qui en résulte pour tous les calculs place notre système d'arithmétique au premier rang des inventions utiles, et l'on appréciera la difficulté d'y parvenir, si l'on considère qu'il a échappé au génie d'Archimède et d'Apollonius, deux des plus grands hommes don't l'antiquité s'honore. (En svensk översättning bör här komma!)

Matematikhistorien blommade sedan upp på adertonhundratalet och då började man gradvis korrigera många gamla missuppfattningar.

Slutord. De siffror vi dagligen använder kallas i den indiska konstitutionen för "the international form of Indian numerals". (De mindre internationella och förmodligen mer ursprungliga siffrorna kallas "the Devanagari form of numerals".)
— Väger icke detta tungt?

Jockum Aniansson scripsit
KTH

Efterlysning.
Som barn var jag mycket förtjust i kurragömmaleken. Vi kunde då mycket snabbt räkna ända till talet tjugo genom att endast uttala *de enstaviga räkneorden*
ett två tre fyr fem sex sju ått ni ti elv tolv trett fjort femt sext sjutt art nitt tjug.
Detta slår mig alltjämt såsom fantastiskt: Vilken lingvistisk ekonomi!
Min fråga lyder: *Hur långt* kan man på ett helt begripligt och snabbt sätt räkna på andra språk medelst enbart enstaviga räkneord? Jag kommer nämligen inte ända till tjugo på något annat språk jag kan. På skoj skulle man kunna införa en effektivitetsfunktion eff från de talade språken till (de icke-negativa) heltalen och skriva eff(*svenska*) = 20. Känner du någon bärare av ett europeiskt språk, som kommer långt? Skriv gärna om detta till jockum@kth.se .

(1) Kordan var en grekisk föregångare till den trigonometriska funktionen sinus. Kordatabellerna ersattes efterhand av sinustabeller.
(2) Niklas Koppernigk alias Nicolaus Copernicus studerade detta den antika astronomins huvudverk ingående innan han beskrev sitt nya heliocentriska system.
(3) Siffran tre kunde betyda en förskjutning tre bokstäver framåt i alfabetet för varje ord, så att t ex SAULV står för Paris.