ENM 3.8

Vid ett kemiskt jämviktsförsök får två ämnen A och B reagera och bilda dels AB dels AB_2: $A + B \rightleftharpoons AB, \quad A + 2B \rightleftharpoons AB_2$.
När jämvikt har uppnåtts har A och B koncentrationerna a och b enligt sambanden: $a + k_1ab + k_2ab^2 = a_{tot}, \;\; b + k_1ab + 2k_2ab^2 = b_{tot}$
där k_1 och k_2 är jämviktskonstanterna och a_{tot} och b_{tot} är totala mängden av A resp B i det kemiska systemet. I försöket gäller $k_1 = 0.12, \; k_2 = 0.22$ och $a_{tot} = 0.60$, $b_{tot} = 1.0$. Bestäm a och b med minst tre decimalers noggrannhet.

ENM 3.13

Vi vill lösa följande ickelinjära system med fem ekvationer:

$$\left.\begin{array}{rcl} x_1 + x_3 + x_5 & = & 0.5 \\ x_2 + x_3 - x_5 & = & 1.5 \\ x_3 - 3x_5 - x_4 & = & 0 \end{array}\right\} \quad \text{och } \frac{x_4x_3}{x_1x_2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{x_5x_2x_{tot}^2}{x_1x_4^3} = 0.09$$

där $x_{tot} = \sum_1^5 x_i$. De obekanta är koncentrationer så vi vet att alla $x_i \geq 0$ och kan anta att alla $x_i < 1.5$.

Bestäm en hygglig startapproximation till systemet så här: Anta att x_5 är mycket liten så att den kan försummas jämfört med övriga termer i de linjära ekvationerna. Motivera denna gissning! Använd därefter de linjära sambanden för att uttrycka x_1, x_2 och x_4 med hjälp av x_3. Sätt sedan in uttrycken i ekvationen $x_4x_3 = x_1x_2/2$ och lös den resulterande ekvationen för x_3. Beräkna därefter alla x_i. Stämmer de antaganden du gjort med de beräknade startvärdena för x_i?

Använd startapproximationen och bestäm lösningen så att alla komponenter x_i får minst tre korrekta siffror.

ENM 4.25

Följande tabell visar den uppmätta positionen y vid olika tidpunkter för en massa i ett dämpat svängningsförlopp:

$$Y(t) = -0.17\mathrm{e}^{-bt}(\cos\omega t + \tfrac{b}{\omega}\sin\omega t)$$

t	0.8	1.7	2.5	3.3	4.1
y	0.12	−0.09	0.06	−0.05	0.032

Utnyttja de fem mätningarna för att bestämma parametrarna b och ω så bra som möjligt. Man vet att mätningarna gjorts nära max- och minlägena. Detta leder till följande goda startgissningar för parametrarna:

$$\omega = \frac{2\pi}{t_3 - t_1} \qquad \text{och} \qquad b = \frac{\omega}{2\pi}(\ln y_1 - \ln y_3).$$