

Övning 6

- **Partiella differentialekvationer**
 - Värmeledningsekvationen
 - Diskretisering i tid och rum
- **Monte Carlo-metoden**
 - Integration med slumpstal
- **Minsta kvadratmetoden**
 - Kurvanpassning

Sauer Computer Problem 8.1.1 (a)

Betrakta värmeledningsekvationen

$$u_t = 2u_{xx}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq 1$$

med begynnelsevillkor

$$u(x, 0) = 2 \cosh x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

och randvillkor

$$\begin{aligned} u(0, t) &= 2e^{2t}, \\ u(1, t) &= (e + e^{-1})e^{2t}, \end{aligned} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Lös med framåt Euler och finita differensmetoden med steglängder $\Delta t = 0.002$ och $\Delta x = 0.1$. Rita lösningen med mesh. Vad händer om $\Delta t > 0.003$?

Sauer Computer Problem 8.1.2 (b)

Betrakta värmeledningsekvationen

$$\pi u_t = u_{xx}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq 1$$

med begynnelsevillkor

$$u(x, 0) = \cos \pi x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

och randvillkor

$$\begin{aligned} u(0, t) &= e^{-\pi t}, \\ u(1, t) &= -e^{-\pi t}, \end{aligned} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Lös med framåt Euler och finita differensmetoden. Antag att $\Delta x = 0.1$. För vilka Δt är metoden stabil? Fyll i koden!

Sauer Computer Problem 9.1.3

- (a) Bestäm analytiskt arean som begränsas av parablerna $P_1(x) = x^2 - x + 1/2$ och $P_2(x) = -x^2 + x + 1/2$.
- (b) Uppskatta arean med hjälp av Monte Carlo typ 1: bestäm väntevärdet $\mathbb{E}[P_2(X) - P_1(X)]$ där X är likformigt fördelad på intervallet $[0, 1]$. Slumpa fram n tal, där $n = 10^i$, $i = 2, 3, \dots, 6$.
- (c) Uppskatta arean med Monte Carlo typ 2: slumpa fram talpar (X, Y) i kvadraten $[0, 1] \times [0, 1]$ och avgör hur stor andel som ligger mellan parablerna. Använd n talpar.

Jämför effektiviteten hos typ 1 och typ 2 ovan.

ENM 4.11

Vid kraftig blåst känns det ju mycket kallare än vad termometern visar. En formel för att ur vindstyrka och temperatur beräkna den upplevda temperaturen är Siples vindavkylningsformel.

Upphovsmannen, amerikanen Siple, var själv försöksperson vid prov i Antarktis på 1930-talet.

Vid 33°C har vinden ingen kylande effekt på huden, därför ansatte Siple formeln

$$T_{\text{hud}} = 33 - (a + bv + c\sqrt{v})(33 - T),$$

där v är vindstyrkan i m/s och T är den temperatur som termometern visar. Använd Siples värden vid $T = 0$,

v	2	5	8	11	14
T_{hud}	0	-7.5	-12	-14.5	-16.5

för att med minstakvadratmetoden bestämma a , b , c .

(ENM 4.11, forts)

Använd därefter Siples formel för att räkna fram den upplevda temperaturen T_{hud} när termometern visar $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ och det blåser 7 m/s .