

Övning 4

- **Integration**
 - Mittpunktsregeln
 - **Differenskvoter**
- } (delvis repetition)

-
- **Ekvationssystem**
 - Linjära $Ax = b$
 - Ickelinjära $f(x) = 0$
 - **Konditionstal**
 - För linjära system

Sauer 5.2.2

Använd mittpunktsregeln med 1, 2 och 4 delintervall för att beräkna integralen. Jämför med det exakta värdet.

$$(a) \int_0^1 x^2 dx \quad (b) \int_0^{\pi/2} \cos x dx \quad (c) \int_0^1 e^x dx$$

Sauer 5.1.10

Bestäm feltermen och noggrannhetsordningen för approximationsformeln

$$f'(x) \approx \frac{4f(x+h) - 3f(x) - f(x-2h)}{6h}.$$

Lösning

Taylorutveckla:

$$4f(x+h) = 4f(x) + 4hf'(x) + \frac{4h^2}{2}f''(x) + \frac{4h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)$$

$$f(x-2h) = f(x) - 2hf'(x) + \frac{4h^2}{2}f''(x) - \frac{8h^3}{6}f'''(x) + O(h^4)$$

Sätt in:

$$\frac{4f(x+h) - 3f(x) - f(x-2h)}{6h} = f'(x) + \frac{h^2}{3}f'''(x) + O(h^3) = f'(x) + \underbrace{\frac{h^2}{3}f'''(c)}_{\text{fel}}$$

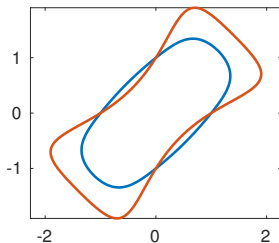
ENM 3.14

Ekvationen

$$x^2 + y^2 = 1 + a \sin(xy)$$

med parametern a definierar en sluten kurva i planet. Då $a = 0$ utgörs kurvan av enhetscirkeln. Figuren visar fallen $a = 1.6$ (blå) och $a = 3.2$ (röd). Beräkna koordinaterna för kurvans översta punkt för de fyra fallen $a = 0.8, 1.6, 2.4, 3.2$.

Beskriv också lämpligt tillvägagångssätt för att räkna fram och rita upp kurvan i de fyra fallen.



Sauer 2.3.5

Betrakta ekvationssystemet

$$x_1 - 2x_2 = 3,$$

$$3x_1 - 4x_2 = 7.$$

- Bestäm relativt framåttfel och bakåttfel samt felförstoringsfaktorn för de approximativa lösningarna $[-2, -4]$, $[-2, -3]$, $[0, -2]$ och $[-1, -1]$.
- Vad är konditionstalet för koefficientmatrisen?