

ENM 7.3

En fallskärmshoppare påverkas av en uppåtriktad kraft som är proportionell mot v^α där v är hastigheten (m/s) och α är en parameter ≥ 1 . Hastigheten som funktion av tiden t lyder differentialekvationen

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \left(\frac{v}{v_\infty} \right)^\alpha \right),$$

där $g = 9.81$ och $v_\infty = 5$ är den konstanta sluthastigheten som uppnås. Då fallskärmen vecklas ut (vid $t = 0$) har hopparen hastigheten 50 m/s.

- (a) Låt $\alpha = 1.1$. Skriv ett MATLAB-program som med Eulers metod och tidssteget 0.05 beräknar och ritar upp hastighetskurvan för $0 \leq t \leq 1$. Vad har hastigheten sjunkit till vid $t = 1$?

(ENM 7.3)

- (b) Gör om beräkningarna två gånger med halverat tidssteg. Bedöm tillförlitligheten i det erhållna hastighetsvärdet vid $t = 1$.

- (c) Beräkna och rita hastighetskurvan även för α -värdena 1.3, 1.5 och 1.7. Notera i samtliga fall hastighetsvärdet vid $t = 1$.

ENM 7.13

Enligt Newtons gravitationslag påverkar solen en planet med en kraft som är riktad mot solen och omvänt proportionell mot kvadraten på avståndet. När man delar upp kraften längs koordinataxlarna i ett fixt x - y -system med solen i origo får man därför (om man valt lämpliga enheter)

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\cos\phi}{r^2}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\sin\phi}{r^2}$$

där ϕ är vinkeln mellan positiva x -axeln och Ortsvektorn och r är avståndet från origo till planeten.

- (a) Skriv om differentialekvationerna för de beroende variablerna x och y till ett system av första ordningens differentialekvationer. Det gäller alltså bland annat att skriva högerleden som funktioner av x och y .

(ENM 7.13)

- (b) Skriv ett MATLAB-program som beräknar och ritar den planetbana som svarar mot begynnelsevärdena $r = 1$, $dr/dt = 0$, $\phi = 0$, $d\phi/dt = 1.4$. Dessa begynnelsevärden måste förstas översättas till begynnelsevärden för x , y , x' , y' . Studera gärna de olika lösningsbanor som erhålls då $d\phi/dt$ ges andra värden vid $t = 0$.

ENM 7.13 – felplott

Gör en log-log-plott av det globala trunkeringsfelet vid $t = 10$ som funktion av h . Använd en lösning med litet h som referenslösning.