

**Sauer 2.7.4**

Gör två steg för hand med Newtons metod på följande system med startgissning  $(u_0, v_0) = (1, 1)$ .

$$(a) \begin{cases} u^2 + v^2 = 1 \\ (u-1)^2 + v^2 = 1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} u^2 + 4v^2 = 4 \\ 4u^2 + v^2 = 4 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} u^2 - 4v^2 = 4 \\ (u-1)^2 + v^2 = 4 \end{cases}$$

**Sauer 2.1.5**

Gausseliminering kräver ungefär  $2n^3/3$  operationer för att lösa  $n$  ekvationer i  $n$  obekanta. Uppskatta hur mycket längre tid det tar att lösa systemet om  $n$  blir tre gånger så stort.

**Sauer 2.1.6 (hemma)**

En dator kan göra bakåtsubstitution på ett  $5000 \times 5000$ -system på 0.005 sekunder. Hur lång tid skulle det ta att göra en fullständig Gausseliminering på ett lika stort system? Bakåtsubstitution kräver ungefär  $n^2$  operationer och Gausseliminering ungefär  $2n^3/3$ . Avrunda svaret till hela sekunder.

Svar: 17 sekunder

**Sauer 2.3.2**

Beräkna konditionstalet till matrisen

$$(a) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2.01 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \quad (c) \quad A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

### ENM 3.5

Systemet  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  har den symmetriska tridiagonala systemmatrisen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}. \quad \text{Med } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3.0 \\ 6.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{pmatrix} \text{ erhålls } \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Med störd vektor } \mathbf{b}_s = \begin{pmatrix} 2.95 \\ 6.05 \\ 1.04 \\ -0.03 \\ 0.95 \end{pmatrix} \text{ erhålls } \mathbf{x}_s = \begin{pmatrix} -2.75 \\ 2.85 \\ 2.90 \\ -3.47 \\ -2.63 \end{pmatrix}.$$

Är problemet välkonditionerat? Beräkna förhållandet mellan relativfelet i Lösningsvektorn och relativfelet i högerledsvektorn – alltså det experimentellt erhållna konditionstalet.

En störningsvariant skulle vara att förstora alla komponenter i  $\mathbf{b}$  med två procent. Bestäm Lösningsvektorn och ange vilket konditionstal man då får. Slutsats?

### ENM 5.1

Givet är en tabell över ångtrycket  $P$  mm Hg vid olika temperaturer  $T^\circ\text{C}$ .

$T$	-15	-10	-5	0
$P$	1.24	1.95	3.01	4.58

- (a) Bestäm ett approximativt värde på ångtrycket vid  $-8^\circ\text{C}$  med linjär interpolation.
- (b) Använd kvadratisk interpolation för att noggrannare bestämma  $P(-8)$ .  
Gör det dels genom att utnyttja  $T$ -värdena  $-10, -5, 0$  och dels genom att utnyttja  $T$ -värdena  $-10, -5, -15$ .

### ENM 5.4 (hemma)

I vetenskapsakademins almanacka finns en tabell över dagens längd vid olika tider av året på några orter. För den 21 juni visar tabellen följande värden:

Ort	Polhöjd	Dagens längd
Lund	55.7°	17 tim 28 min
Göteborg	57.7°	18 tim 00 min
Stockholm	59.3°	18 tim 31 min
Härnösand	62.6°	19 tim 56 min
Luleå	65.6°	22 tim 34 min

Beräkna dagens längd den 21 juni i Hudiksvall, som ligger på 61.7°.