

ÖVNING 6 - DISKRET MATEMATIK 030402

HANNES REIJNER

11.4.2 På hur många sätt kan man arrangera bokstäverna A,E,M,O,U,Y i en sekvens så att varken ordet ME eller YOU förekommer?

lösning. Eftersom alla bokstäver är olika finns det totalt $6!$ olika ord (ordnat val av bokstäver utan återläggning). Vi använder nu sällprincipen för att räkna hur många av dess som innehåller orden ME och/eller YOU. Vi låter A vara mängden av ord som innehåller ME, B mängden av ord som innehåller YOU och får att $A \cap B$ är mängden av ord som innehåller både ME och YOU. Vi undersöker hur många element de respektive mängderna innehåller:

- (1) Antal ord som innehåller ME: Om ordet ME placeras först i ordet, det vill säga M på plats 1 och E på plats 2, så kan vi placera de resterande 4 bokstäverna på $4!$ olika sätt. Vi har alltså $4!$ ord där ME kommer på plats 1 respektive 2. På samma sätt finns det $4!$ olika ord med M på plats 2 och E på plats 3. Totalt finns 5 ställen i ordet att placera ordet ME, där alltså M placeras på plats i och E på plats $i + 1$ för $i = 1, 2, \dots, 5$. Vi därmed att det finns $5 \cdot 4! = 5! = 120$ olika ord som innehåller ordet ME. Vi har därmed att $|A| = 120$.
- (2) Antal ord som innehåller ordet YOU: Om ordet YOU placeras först i ordet, det vill säga Y på plats 1, O på plats 2 och U på plats 3, så kan vi placera de resterande 3 bokstäverna på $3!$ olika sätt. Vi har alltså $3!$ ord där YOU kommer på plats 1,2 respektive 3. På samma sätt finns det $3!$ olika ord med Y på plats 2, O på plats 3 och U på plats 4. Totalt finns 4 ställen i ordet att placera ordet YOU, där alltså Y placeras på plats i , O på plats $i + 1$ och U på plats $i + 2$ för $i = 1, 2, \dots, 4$. Vi därmed att det finns $4 \cdot 3! = 4! = 24$ olika ord som innehåller ordet YOU. Vi har därmed att $|B| = 24$.
- (3) Antal ord som innehåller orden ME och YOU: Om ett ord innehåller ME och YOU återstår bara bokstaven A. Denna bokstav kan placeras före mellan eller efter orden ME och YOU. Dessutom kan ordet ME komma före YOU eller YOU före ME. Vi får därmed att det existerar $3 \cdot 2 = 6$ ord som innehåller både ME och YOU. Vi har därmed att $A \cap B = 6$.

Enligt sällprincipen följer nu att antalet ord som innehåller både ME och YOU, alltså $|A \cup B|$ ges av $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 120 + 24 - 6 = 138$. Eftersom det totala antalet ord är $6! = 720$ så

följer nu att antalet ord som varken innehåller ordet ME eller YOU är $720 - 138 = 582$.

E-mail address: `hannes@math.kth.se`

URL: `http://www.math.kth.se/~hannes`