

Tentamensskrivning, 2003-05-26, kl. 14.00–19.00.

5B1202/2 Diff och Trans 2 del 2, för F.

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.

För godkänt betyg (3) krävs 18 poäng, medan för betyg 4 krävs 25 poäng, och för betyg 5 32 poäng. Lösningarna skall motiveras väl!

TENTAMENSSKRIVNING

1. Beräkna Fouriertransformen av funktionen

$$f(t) = \begin{cases} \cos(2t) - \sin(3t), & -\pi < t < \pi, \\ 0 & |t| \geq \pi. \end{cases} \quad (5)$$

2. Finn en lösning till Dirichlet-problemet $\Delta u = 0$ på enhetsskivan

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

med randvärdena

$$u(\cos \theta, \sin \theta) = \sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta, \quad 0 \leq \theta < 2\pi. \quad (5)$$

3. Bestäm de konstanter a, b som minimerar integralen

$$\int_{-1}^1 |a + bx - e^{-x}|^2 dx. \quad (5)$$

4. Bestäm Fourierserien av funktionen

$$g(t) = |\sin t| + \sin^2 t, \quad -\pi < t < \pi. \quad (5)$$

V.g. vänd!

5. Genom att använda metoden med separation av variabler, lös ekvationen

$$u_{xx} = u_t, \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t < +\infty,$$

med randvillkoren

$$u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, \quad 0 < t < +\infty,$$

och begynnelsevillkoret

$$u(x, 0) = \pi - x, \quad 0 < x < \pi.$$

(6)

6. Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^2}{(1+t^2)^2} dt$$

genom att betrakta Fouriertransformen till funktionen

$$h(t) = \begin{cases} e^{-t}, & 0 \leq t < +\infty, \\ -e^t, & -\infty < t < 0. \end{cases}$$

(5)

7. Betrakta problemet

$$u''(x) + \lambda u(x) = 0, \quad 0 < x < \pi,$$

med randvillkor

$$u(0) = 0, \quad u'(\pi) = 0.$$

Finn ett fullständigt ortogonalt system av lösningar till detta problem i rummet $L^2([0, \pi])$, med avseende på standard-inre produkten i detta rum.

(5)