Föreläsning 6, SF1626 Flervariabelanalys

Haakan Hedenmalm (KTH, Stockholm)

10 november 2017
KTH
Rekommenderade uppgifter: 12.7: 3, 5, 13, 17, 25

Gradienten

Gradienten

Gradienten till funktionen $f(x, y)$ är vektorfältet

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right).$$

Detta är en vektor vars riktning och utsträckning kan andra sig då punkten vi låter punkten (x, y) variera.

Riktningsderivata

RIKTNINGSDERIVATA

Låt (u, v) vara en enhetsvektor, så att $u^2 + v^2 = 1$. Riktningsderivatan av f i punkten (a, b) med riktning (u, v) ges av gränsvärdet

$$D_{(u,v)}f(a, b) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(a + hu, b + hv) - f(a, b)}{h}.$$

Geometriskt betyder det att vi deriverar längs med den givna riktningen ut från punkten.

Riktningsderivatan och gradienten

SATS

Formeln

$$D_{(u,v)}f(a,b) = (u,v) \cdot \nabla f(a,b)$$

gäller om (u,v) är en enhetsvektor.

Maximala och minimala riktningsderivatan

Riktningen $(u,v) = \nabla f(a,b)/|\nabla f(a,b)|$ ger maximala riktningsderivatan, som blir $|\nabla f(a,b)|$. Minimala riktningderivatan uppnås i precis motsatt riktning, och får värdet $-|\nabla f(a,b)|$.

Gradienten och nivåkurvor

SATS

Nivåkurvorna är vinkelräta mot gradienten.