

Skalär trippelprodukt 2

Skalär trippelprodukt 2.

Kryssprodukten $\mathbf{bxc}$ kan skrivas formellt som en determinant:

$$(1) \quad \mathbf{bxc} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = B_1 \mathbf{e}_1 + B_2 \mathbf{e}_2 + B_3 \mathbf{e}_3 = (B_1, B_2, B_3)$$

där $B = b_2 c_3 - b_3 c_2$ osv.

Om $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ fås

$$(2) \quad \mathbf{a} \cdot (\mathbf{bxc}) = a_1 B_1 + a_2 B_2 + a_3 B_3, \text{ dvs } 'a_1 \ a_2 \ a_3'$$

spelar samma formella roll i (2) som ' $\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \mathbf{e}_3$ ' gör i (1).

Därför kan den skalära trippelprodukten (2) skrivas som en determinant :

$$(3) \quad \mathbf{a} \cdot (\mathbf{bxc}) = [\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Man får följande viktiga slutsats:

Vektorerna $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ och $\mathbf{c}$ ligger i samma plan, dvs är linjärt beroende, om och endast om determinanten i (3) är $= 0$.

Den skalära trippelprodukten är viktig dels för att dess värde är $= +$ eller $- V$, där V är volymen av den uppspända parallelepiped (produkten kallas ibland **lådprodukten**) och dels därför att dess värde svarar mot en determinant.

Här utreds hur värdet relateras till determinanten.

