Övning 7 SK1111

Repetition

IV ELEKTROMAGNETISK DYNAMIK (kap. 29-30)

Laddningar i rörelse : tidsberoende fält...

derivatan av fält $\neq 0$

$\Rightarrow$ Vi får en koppling mellan $\bar{E}$-fält och $\bar{B}$-fält!

Idé: Tidigare : ström + fält $\rightarrow$ kraft (rörelse)

Nu : fält + kraft = varierande fält $\rightarrow$ ström ?

☆ Uttryck för potential $\oint_C \bar{E}\cdot d\bar{l} = 0$ förändras till

dynamisk del.

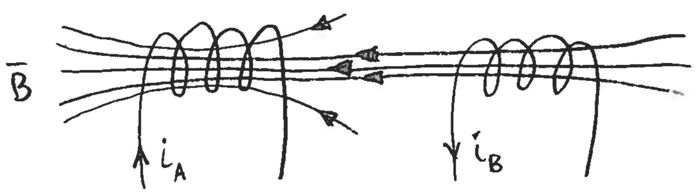
$\frac{\partial}{\partial t}\bar{B} \rightarrow \bar{E}$

Faraday's induktionslag

$$\boxed{\mathcal{E} = \oint_C \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\frac{\partial \phi_B}{\partial t} = -\iint_A \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}\, d\bar{A}}$$

Maxwell's ekv. 3

ex. Induktion:



$i_A(t) \rightarrow \frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$

$\Rightarrow i_B(t) \neq 0$

Arbetsgång: $i_A \rightarrow \bar{B} \rightarrow \bar{E}_B \rightarrow \mathcal{E} \rightarrow i_B$

Lenz's lag

Den inducerade strömmens egna fält vill motverka förändringen hos B!

★ Ampere's lag $\oint_C \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 i$ förändras till

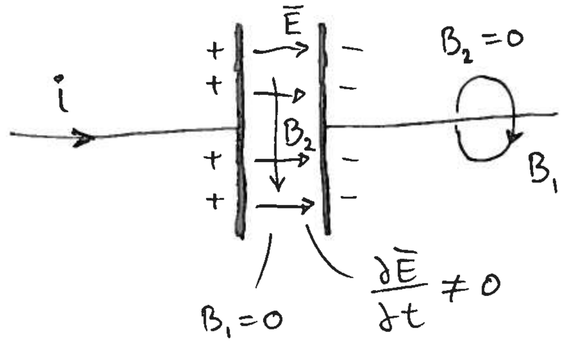
Ampere–Maxwell's lag

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \to \bar{B} \qquad \boxed{\oint_C \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \iint_A \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \cdot d\bar{A} + \mu_0 i}$$

Maxwell's ekv. 4

$\bar{B}_2$ dynamisk del $\quad$ $\bar{B}_1$ statisk del

ex. förskjutningsström i kondensator:



Kommentar: Extratermen $\mu_0 i$...

kommer av den statiska Ampere's lag ovan, vilken härrör från rörelse hos de elektriska monopolerna. Denna term saknas i Faraday's lag därför att $\oint_C \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0$ statiskt, eller m.a.o. för att magnetiska monopoler inte finns !! (tror man...)

Induktans

Lagrad energi: $\boxed{U = \frac{1}{2} L I^2}$

OBS! $\Phi_B \propto \mu_0 \mu_r$, μ_r: relativ permeabilitet

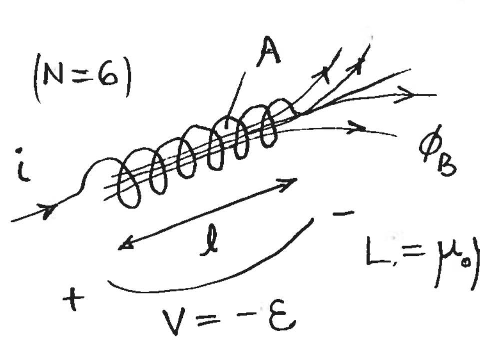
Stor μ_r kan lagra mer energi → ferritkärna

Självinduktans

$$L = \frac{N \phi_B}{i}$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

ex. Solenoid:

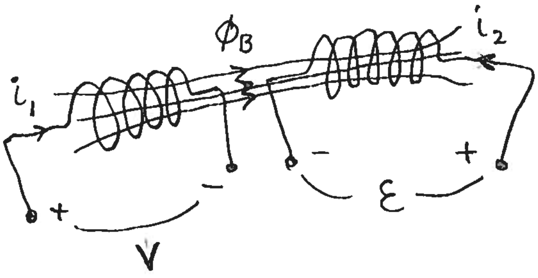


$L = \mu_0 \mu_r l N^2 A$

Ömsesidig induktans

$$M = \frac{N_2 \phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1 \phi_{B1}}{i_2}$$

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt}, \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$



Maxwells ekvationer:

$\varepsilon_r = \mu_r = 1$ i vakuum

Integralform

Statiska

1) $$\oiint_A \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$ Gauss lag

2) $$\oiint_A \bar{B} \cdot d\bar{A} = 0$$ (Inga magnetiska monopoler!)

Dynamiska

3) $$\oint_C \bar{E} \cdot d\bar{l} = - \iint_A \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{A}$$ Faraday's lag

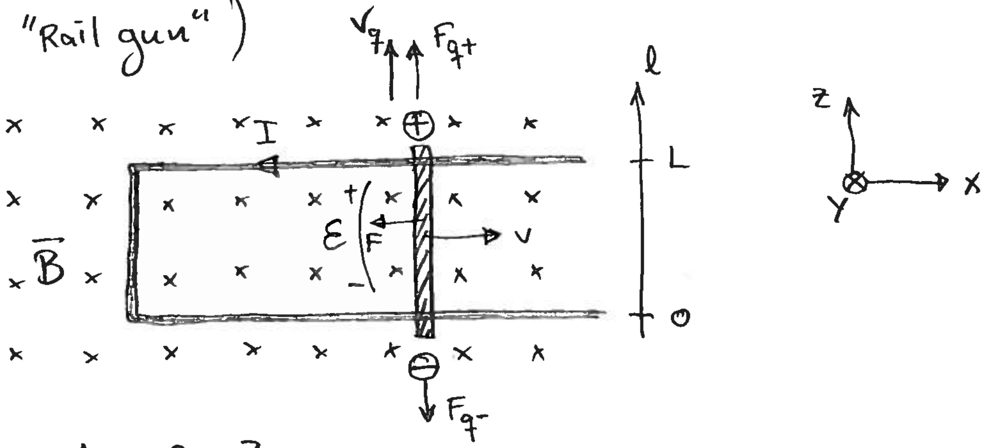
4) $$\oint_C \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \iint_A \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \cdot d\bar{A} + \mu_0 \mu_r i$$ Ampere-Maxwell's lag

Dessa lagar gäller alltid inom elektromagnetisk fältteori, under alla förhållanden!

De är tillräckliga för att beskriva alla fenomen inom klassisk elektromagnetism

VACKERT!

29.25) EMK (elektromotorisk kraft) från B-fält
(även "Rail gun")



Sökt: a) emk $\mathcal{E}$?

b) I?

c) F? så att v upprätthålls.

d) Jämför $U = Fv$ med $U = I^2 R$

Känt: $B = 0{,}8$ T, $v = 7{,}5$ m/s, $R = 1{,}5\,\Omega$, $L = 50$ cm

a) Inducerad emk

$$\boxed{\mathcal{E} = \oint \bar{E} \cdot d\bar{l}} \quad (1) \qquad \text{där} \quad \bar{E} = \frac{\bar{F}}{q} \quad (2)$$

Lorentz kraft

$E = 0$

$$\boxed{\bar{F} = q\bar{v} \times \bar{B}} \quad (3)$$

Hall-effekten!

(3) i (2) i (1) ger

$$\boxed{\mathcal{E} = \int \bar{v} \times \bar{B} \cdot d\bar{l}}$$

$$\begin{cases} d\bar{l} = dl\,\bar{e}_z \\ \bar{v} = v\,\bar{e}_x \\ \bar{B} = B\,\bar{e}_y \end{cases} \Rightarrow \mathcal{E} = \int_0^L (v\bar{e}_x \times B\bar{e}_y) \cdot dl\,\bar{e}_z =$$

$$= vB\int_0^L dl\;\bar{e}_z \cdot \bar{e}_z = vBL = 3{,}0 \text{ Volt.}$$

b) Högerhandsregeln

$\bar{F} = q\bar{v} \times \bar{B}$ ger att positiva laddningar

rör sig i positiv z-riktning

∴ strömmen går moturs!

c) Lorentzkraften differential form

$$\boxed{d\bar{F} = dq\,\bar{v}_q \times \bar{B}}$$

Vi har def. av ström: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dl} v_q$

Kraft på strömledare i B-fält

$$\Rightarrow \boxed{\bar{F} = \int d\bar{F} = \int i\,d\bar{l} \times \bar{B}}$$

BIL-lagen!

dvs. $\bar{F} = \int_0^L I\,dl\,\bar{e}_z \times B\bar{e}_y = -BIL\,\bar{e}_x = -B\frac{\mathcal{E}}{R}L\,\bar{e}_x$

∴ För att upphäva denna kraft och upprätthålla v behövs en motkraft appliceras: $\bar{F}_{mot} = B\frac{\mathcal{E}}{R}L\,\bar{e}_x$

$= 0{,}8\ \text{N}$

d) effekt $P = \frac{dU}{dt}$

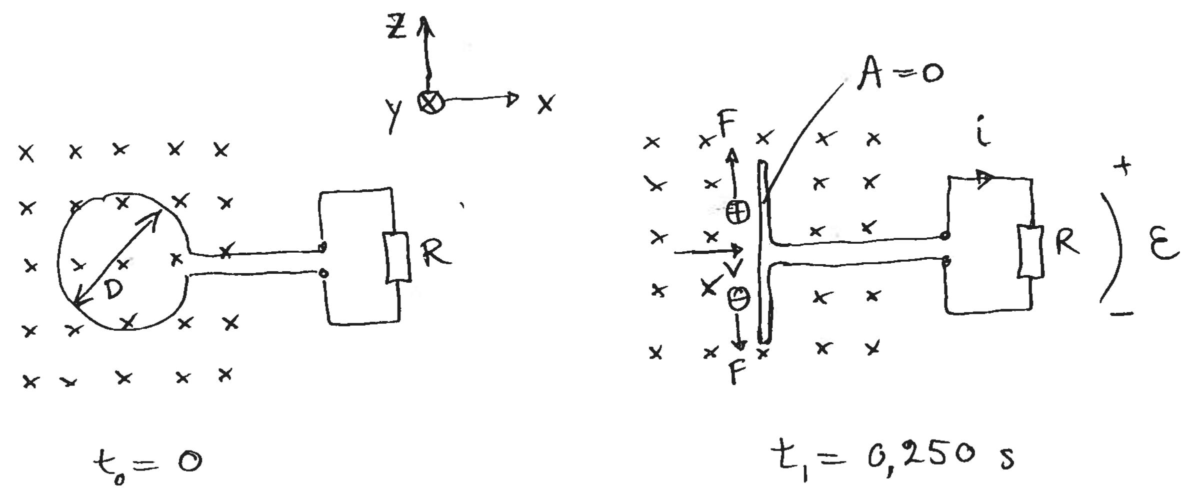
energi $U = \int F \cdot dl$

$\Rightarrow P = F\frac{dl}{dt} = F \cdot v$

$$\left.\begin{aligned} P_{mek} &= F \cdot v = 6\ \text{W} \\ P_{el} &= \mathcal{E} \cdot I = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = 6\ \text{W} \end{aligned}\right\} \text{lika!}$$

Tur.

29.53) Flexibel strömslinga – Ampere's lag.



Sökt: Inducerad emk ε ?

Strömriktning ?

Känt: $D = 6.50$ cm, $\bar{B} = B\bar{e}_y$; $B = 0{,}95$ T

Faraday's induktionslag

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\partial \phi_B}{\partial t}}$$

Φ_B ?

linjärt avtagande!

$$\Phi_B = \bar{B}\cdot\bar{A}(t) = \left\{ \bar{A}(t) = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2\left(\frac{t_1 - t}{t_1}\right)\bar{e}_y \right\} =$$

$$= \frac{B\pi D^2}{4}\left(\frac{t_1 - t}{t_1}\right)$$

$$\therefore \quad \varepsilon = -\frac{\partial \phi_B}{\partial t} = \frac{B\pi D^2}{4t_1} = 0{,}0126 \text{ V}$$

Strömmen går medurs! eftersom...

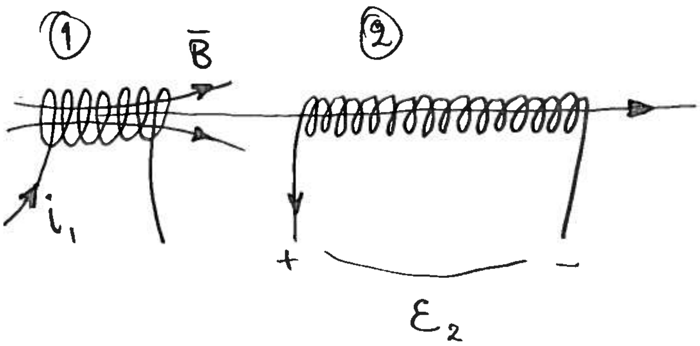
1) Enligt Lenz's lag och högerhandsregeln skall flödesändringen (som går $-\bar{e}_y$) motverkas.

eller

2) Enligt Lorentskraften förskjuts positiva laddningar uppåt (e_z) på vänster halva av slingan och nedåt ($-\bar{e}_z$) på höger halva.

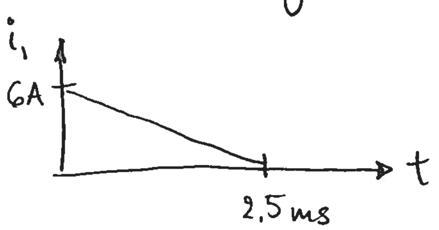
31.70 (Halliday Walker Resnick)

Gnistspole



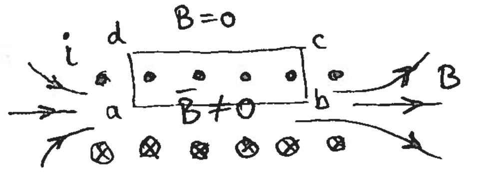
Sökt : M: ömsesidig induktans.

Känt :



$\mathcal{E}_2 = 30$ kV

Spole 1 $\boxed{\text{Ampere's lag} \quad \oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 i}$



$\boxed{B_1 = \mu_0 i_1 n_1}$ ☆

$$\begin{cases} VL: \oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \int_a^b B \cdot dl + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a = \\ \quad = B(b-a) \qquad \text{varvtäthet} \\ HL: \mu_0 i = \mu_0 i_1 n_1 (b-a) \end{cases}$$

Spole 2 $\boxed{\text{Faraday's lag:} \quad \oint_C \bar{E}_2 \cdot d\bar{l} = -\iint \frac{\partial \bar{B}_2}{\partial t} \cdot d\bar{A}}$

$$\mathcal{E}_2 = N_2 \oint_C \bar{E}_2 \cdot d\bar{l} = -N_2 \iint_A \frac{\partial \bar{B}_2}{\partial t} \cdot d\bar{A} = \{ \text{låt } B_2 = B_1 \} =$$

$$\overset{☆}{=} -N_2 \iint_A \mu_0 n_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} d\bar{A} = -\underbrace{N_2 \mu_0 n_1 A}_{M} \frac{d}{dt} i_1(t)$$

$$\Rightarrow M = -\mathcal{E}_1 \left(\frac{d}{dt} i_1(t)\right)^{-1} = -\mathcal{E}_2 \frac{\Delta t}{\Delta i} = -30 \cdot 10^3 \cdot \frac{0{,}0025 - 0}{0 - 6}$$

$$= \underline{\underline{12{,}5 \text{ H (Henry)}}}$$