

**Tentamen, SF1635, Signaler och system I, för E, ME och IT,
den 23 oktober, kl 08.00 – 13.00**

Hjälpmedel: Zill-Cullen; Differential Equations with Boundary-Value Problems, Utdelat arbetsmaterial, b Mathematics Handbook, kursens formelsamlingar, räknedosa.

Inklusive bonus krävs för betyget E minst 24p, för D minst 28p, för C minst 32p, för B minst 36p och för betyget A minst 40p.

20 – 23p ger betyget F_x , som berättigar till en kompletterande tentamen.

1. a. Lös differentialekvationen

$$x y'(x) - 2 y(x) = -2. \quad (3p)$$

- b. Skissera i ett xy -plan lösningskurvorna till ekvationen i a-uppgiften och ange en lösning för vilken $y(1) = 0$. (2p)

- c. Finns det någon lösning, definierad för alla reella x , för vilken $y(1) = 0$ och $y(-1) = 2$? Ange den i så fall. (2p)

2. Ett LTI-system har pulssvarsfunktionen $h(t) = \text{sinc } 3t$ och får en insignal $x(t) = \text{sinc } pt$. Beräkna utsignalen. Svaret får inte innehålla några integraler eller faltningar. (6p)

3. Funktionen $y(t)$ uppfyller sambanden

$$y'(t) - \frac{1}{2} \int_0^t y(t-t) dt = 1 \text{ och } y(0) = 0.$$

- a. Bestäm Laplacetransformen till $y(t)$. (3p)

- b. Bestäm $y(t)$. (5p)

4. Låt

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -13 & 1 \end{bmatrix}.$$

Bestäm på reell form $x(t)$ så att

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t), \text{ och } x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (9p)$$

5. Låt $x(t) = (\sin t) \cdot \text{rect}(t/(2p))$

- a. Beräkna de generaliserade derivatorna $x'(t)$ och $x''(t)$ och förenkla så långt som möjligt $x''(t) + x(t)$. (3p)

- b. Bestäm fouriertransformen till $x(t)$. (3p)

- c. Beräkna med hjälp av svaret i b, integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 t}{(t^2 - p^2)^2} dt. \quad (4p)$$

Svaren får inte innehålla några integraler eller serier.

Var god vänd!

6. En signal $x(t)$ samplas med ett sampelavstånd på $T = 0,25$ millisekunder, dvs. man avläser värdena $x(nT)$ för alla heltal n .
- a. Vilket samband råder mellan fouriertransformerna $X(f)$ och $Y(f)$ för $x(t)$ och motsvarande sampelfunktion

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) ?$$

Frekvensvariabeln f mäts i Hz. (2p)

- b. För en viss signal är sampelvärdena $x(nT) = 0$ för alla heltal n , utom för $n = 12$, då sampelvärdet är $= 1$. Bestäm $Y(f)$. (2p)
- c. Man får veta att signalen $x(t)$ dessutom är bandbegränsad med bandbredden 2kHz, dvs. för signalens fouriertransform $X(f)$ gäller att $X(f) = 0$ om $|f| > 2000$, f mätt i Hz. Vilket samband gäller mellan $X(f)$ och $Y(f)$ då $|f| < 2000$? (3p)
- d. Bestäm $x(t)$ med hjälp av svaret i c-uppgiften. (3p)

Svaren till b, c och d får inte innehålla integraler eller serier. Motivera svaren noga.

Lycka till!