(Signaler & system I, ht08: L17, on 8 oktober)

Den första timmen ägnade vi åt kontrollskrivning 2.

Diracs deltafunktion, $\boldsymbol{\delta(t)}$, och laplacetransformen

För $t_0 \geq 0$ gäller

$$\boldsymbol{\mathcal{L}\{\delta(t-t_0)\} = e^{-st_0}}, \quad \text{spec.} \quad \boldsymbol{\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1}$$

Begynnelsevärdesproblemet för en linjär ODE med konstanta koefficienter,

$$\begin{cases} P(D)y = g(t), \quad P(x) \text{ polynom av grad } n \\ y(0), y'(0), \ldots, y^{(n-1)}(0) \text{ alla } 0 \end{cases}$$

har lösningen

$$\boldsymbol{y(t) = (g * w)(t) = \int_0^t g(u)w(t-u)\,du, \quad W(s) = \frac{1}{P(s)}},$$

där $\boldsymbol{w(t)}$ är **pulssvaret**, som uppfyller problemet med $g = \delta$.
(Dvs ett LTI-system med insignal $g(t)$ och utsignal lösningen $y(t)$)

System av linjära ODE med konstanta koefficienter

Laplacetransformering ger ett system av linjära algebraiska ekvationer för de sökta funktionernas transformer.

Sammanställning av laplacetransformer

$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
$f(t)$	$\int_0^\infty e^{-st} f(t)\,dt$
$a\,f(t) + b\,g(t)$	$a\,F(s) + b\,G(s)$, a, b konstanter
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$, $n = 0, 1, \ldots$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\cos kt$	$\frac{s}{s^2+k^2}$
$\sin kt$	$\frac{k}{s^2+k^2}$
$f'(t)$	$sF(s) - f(0)$
$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$, a godtyckligt
$f(t-a)\,\mathcal{U}(t-a)$	$e^{-as}F(s)$, $a \geq 0$
$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$, $n = 0, 1, \ldots$
$(f * g)(t) = \int_0^t f(u)g(t-u)\,du$	$F(s)G(s)$
$\int_0^t f(u)du$	$\frac{F(s)}{s}$
$f(t)$, $f(t+T) = f(t)$, alla $t \geq 0$	$\frac{1}{1-e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t)\,dt$
$\delta(t-t_0)$	e^{-st_0}, $t_0 \geq 0$