(Signaler & system I, ht08: L14, on 1 oktober)

Fler **viktiga egenskaper** för fouriertransformen

Stegfunktioner:

$$\boldsymbol{H(t) \xrightarrow{\mathcal{FT}} \pi\delta(\omega) + \frac{1}{i\omega}},$$

där $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{i\omega} x(\omega)\, d\omega$ tolkas som $\lim_{\epsilon\to 0+} \left(\int_{-\infty}^{-\epsilon} \cdots + \int_{\epsilon}^{\infty} \ldots\right)$

$H(t)$ är **Heavisides stegfunktion**, $u(t)$ i kompendiet, $\theta(t)$ i BETA

$$\boldsymbol{sgn(t) \xrightarrow{\mathcal{FT}} \frac{2}{i\omega}}$$

$sgn(t) = H(t) - H(-t)$ är **signumfunktionen**.

Faltning:

$$\boldsymbol{(x * y)(t) \xrightarrow{\mathcal{FT}} X(\omega)Y(\omega) = \mathcal{X}(f)\mathcal{Y}(f)}$$

$$\boldsymbol{x(t)y(t) \xrightarrow{\mathcal{FT}} \frac{1}{2\pi}(X * Y)(\omega) = (\mathcal{X} * \mathcal{Y})(f)},$$

Rektangel:

$$\boldsymbol{\mathrm{rect}(t) \xrightarrow{\mathcal{FT}} \frac{\sin\frac{\omega}{2}}{\frac{\omega}{2}} = \mathrm{sinc}\, f}$$

$$\boldsymbol{\mathrm{sinc}\, t \xrightarrow{\mathcal{FT}} rect(\tfrac{\omega}{2\pi}) = \mathrm{rect}(f)}.$$

$\mathrm{rect}(t) = H(t + \frac{1}{2}) - H(t - \frac{1}{2})$ är **rektangelfunktionen** och

$\mathrm{sinc}\, t = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$ kallas (den normaliserade) ***sinus cardinalis***

Primitiv funktion:

Om $y'(t) = x(t)$ är $\boldsymbol{Y(\omega) = \frac{1}{i\omega}X(\omega) + C\delta(\omega)}$, $\quad C$ en konstant.

Parsevals relation:

$$\boldsymbol{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{X}(f)|^2 df}.$$

Sampling: (Med samplingsavstånd T)

$$\boldsymbol{x_s(t) = x(t)\cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \xrightarrow{\mathcal{FT}} \mathcal{X}_s(f) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{X}(f - \tfrac{n}{T})}.$$

Samplingssatsen: Om $\mathcal{X}(f) = 0$ för $|f| > \frac{1}{2T}$, bestäms $x(t)$ entydigt av värdena $x(nT),\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

I det fallet är $\mathcal{X}(f) = T\mathcal{X}_s(f) \cdot \mathrm{rect}(fT)$, så

$$\boldsymbol{x(t) = x_s(t) * \mathrm{sinc}\, \frac{t}{T} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\, \mathrm{sinc}\, \frac{t - nT}{T}}$$