(Signaler & system I, ht08: L8, on 17 september)

Linjära tidsinvarianta system (LTI-system)

Systemet L motsvarar **operatorn** L, **insignalen** $x(t)$ ger **utsignalen** $y(t)$,

$$L : x(t) \mapsto y(t),$$

L tar funktioner till funktioner, som "vanliga" funktioner tar tal till tal.
Systemet kallas ett **LTI-system** om det uppfyller 1.–3.:

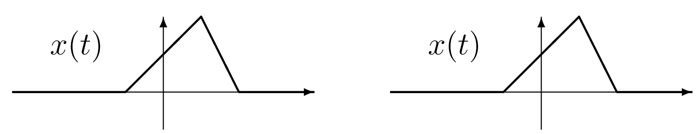
1. **Linjaritet:** $L : x_i(t) \mapsto y_i(t),\ i = 1, 2$ medför för alla c_1, c_2 att
$$L : c_1x_1(t) + c_2x_2(t) \mapsto c_1y_1(t) + c_2y_2(t).$$
2. **Tidsinvarians:** $L : x(t) \mapsto y(t)$ medför för alla a att
$$L : x_a(t) \mapsto y_a(t), \text{ där } f_a(t) = f(t - a).$$
3. **Kontinuitet:** Om $x(t)$ ändras "lite" ändras $y(t)$ "lite" (behöver förstås preciseras!).

För varje LTI-system finns $h(t)$, systemets **pulssvar**, så att

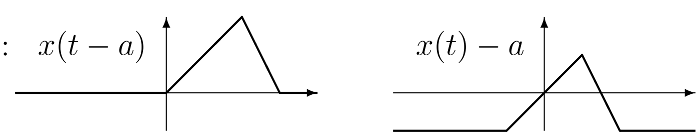
$$L : x(t) \mapsto \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)x(\tau)\, d\tau = (h * x)(t).$$

$(h * x)(t)$ kallas **faltningen** av $h(t)$ och $x(t)$ (eng. convolution).
Det gäller $(f * g)(t) = (g * f)(t)$ (variabelbyte i integralen).
$H(\omega) = \widehat{h}(\omega)$ kallas systemets **överföringsfunktion** och $L : e^{i\omega t} \mapsto H(\omega)e^{i\omega t}$.
Om $L : x(t) \mapsto y(t)$, gäller $\boldsymbol{Y(\omega) = H(\omega)X(\omega)}$, så för ett LTI-system är överföringen enkel, uttryckt i fouriertransformer.
Allmänt samband mellan faltning och fouriertransform: $\widehat{f * g}(\omega) = \widehat{f}(\omega)\cdot\widehat{g}(\omega)$.

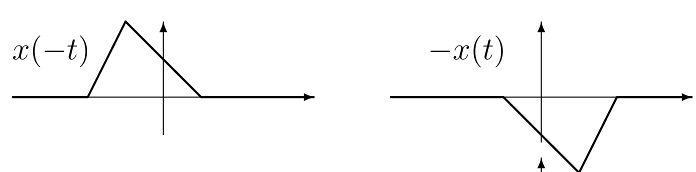
Lite om grafer Hur ändras grafen då funktionen ändras på enkla sätt?



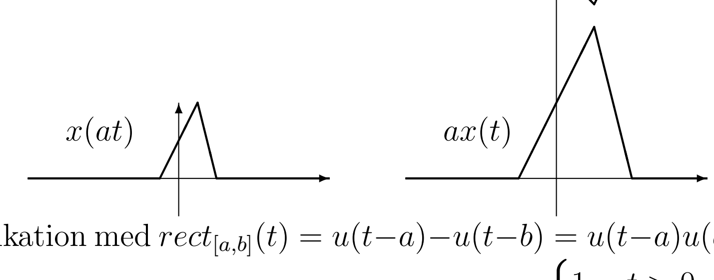
Translation ($a > 0$ i fig.):



Spegling:



Skalning ($a > 1$ i fig.):



Trunkering: multiplikation med $rect_{[a,b]}(t) = u(t-a)-u(t-b) = u(t-a)u(b-t)$,

där **Heavisides stegfunktion** u (eller H, θ) ges av $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$

Med den är **signumfunktionen** $sign(t) = 2u(t) - 1$.

$$\begin{cases} y(t) = x(at) \text{ ger (om } a \neq 0) \text{ att} & Y(\omega) = \frac{1}{|a|}X(\frac{\omega}{a}) \\ y(t) = x(t - a) \text{ ger att} & Y(\omega) = e^{-i\omega a}X(\omega) \end{cases}.$$