



KUNGL
TEKNISKA
HÖGSKOLAN

**Tentamen i Matematik I (5B1115,
5B1135) för B, E, I, IT, ME, Med
17/10 – 02 kl. 14:00 – 19:00**

Institutionen för matematik

Inga hjälpmedel. Preliminära betygsgränser är 16, 22, 30 poäng inklusive bonuspoäng för betygen 3, 4, resp. 5. Skriv utförliga lösningar, och ange vad införda beteckningar som inte är standard står för.

1. Beräkna värdet av $\sin(\arctan 3 - \arctan 2)$. (3p)

2. Visa att $3^{2n} - 1$ är delbart med 8 för $n = 1, 2, 3, \dots$ (3p)

3. Visa att $x^2 - x \ln(1 + x) \geq 0$ för alla $x \geq 0$. (3p)

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 2x^2 \cos x - 2 \sin(x^2)}{x^6} \quad (3p)$$

5. Bestäm en primitiv funktion till funktionen

$$f(x) = \frac{1}{4x^2 - 12x + 10} \quad (3p)$$

6. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = xe^{-x} \quad (4p)$$

7. Beräkna värdet av integralen

$$\int_1^9 \ln(1 + \sqrt{x}) dx \quad (4p)$$

8. Sambandet $2y - \arctan y = x^3 + 4x + 4$ definierar y som en deriverbar funktion $y = y(x)$ av x för alla x . Visa att $y(x)$ är växande. (4p)

9. Definiera funktionen $f(x)$ genom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \ln(1 + x) & \text{för } x > -1, x \neq 0 \\ 1 & \text{för } x = 0. \end{cases}$$

Bestäm derivatan $f'(0)$, dvs. f :s derivata för $x = 0$. (4p)

10. En bilist skall köra från A till B . Avståndet mellan de två orterna är 133 km. Vägens kvalitet varierar dock, så han kan hålla högre hastighet allteftersom han närmar sig B . Mer precist: den hastighet han håller är $7\sqrt{36 + x}$ km per timme, där x är avståndet i km från A .

Beräkna den totala körtiden. (4p)

(Ledning: Man kan t.ex. dela upp sträckan i småbitar.)