

**Tentamensskrivning i 5B1115 Matematik 1 för B, E, I,IT,
M, Media och T, 2002–01–08, kl. 8.00–13.00**

- Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoängen.
 - Samtliga behandlade uppgifter skall (om inget annat anges) förses med utförliga lösningar och noggranna motiveringar.
 - Inga hjälpmedel är tillåtna.
1. Lös differentialekvationen $y'' + 2y' + 10y = 9e^x$, då det är givet att $y(0) = y'(0) = 0$. (3p)
 2. Bestäm eventuella lokala extrempunkter för funktionen $f(x) = (x^2 - 3)e^x$, $x \in \mathbb{R}$. Undersök om f antar ett största och/eller ett minsta värde, och ange detta/dessa i sådana fall. (4p)
 3. Är det sant att $e^x(1 - x) \leq 1$ för alla x ? (3p)
 4. Beräkna integralen $\int_0^1 \arctan \frac{1}{\sqrt{x}} dx$. (3p)
 5. (a) Härled en formel för beräkning av volymen av den kropp som uppstår då funktionen $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ roterar omkring x -axeln. (1p)
(b) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ roterar omkring x -axeln. (3p)
 6. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 omkring punkten $a = 0$ för funktionen $f(x) = \arctan 3x + \sqrt{1 + 2x^2}$. (3p)
 7. (a) Definiera begreppet derivata. (1p)
(b) Härled derivatan av funktionen $f(x) = \frac{1}{x}$ utgående från derivatans definition. (2p)

8. Avgör om följande serier är konvergenta eller inte. Motivera noga!

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n}$ (2p),

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n + 1}{5^n + 1}$ (2p) .

9. Hur många nollställen har $f(x) = \arctan x + \frac{1}{1+x}$ då $x > -1$? (4p)

10. Man tillämpar medelvärdesatsen $f(x) - f(0) = xf'(\theta x)$ på funktionen $f(x) = a + bx + ce^{ax}$, $ac \neq 0$. Detta definierar θ som en funktion av x . Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \theta(x)$. (4p)

Lycka till!